

控制理论

在液压伺服系统中的应用 (3)

顾瑞龙

第四章 频率响应

通过分析线性系统或元件对正弦输入信号的稳态响应来评价系统的动态特性, 这就是控制理论中的频率响应法。所谓频率响应, 是指输入正弦信号时系统输出量的稳态分量对输入量的复数比。用频率响应法研究系统的稳定性时, 无需求取系统特征方程式的根, 使运算工作量为减少。频率响应既可以用解析方法求出, 也可以用试验方法测得, 这对较为复杂的系统或难于用数学推导出其微分方程的系统来说是很 有意义的。频率响应法的概念还可以用于某些非线性系统的分析。

本章介绍频率响应的概念和计算、用极坐标表示的频率响应——奈魁斯特图、用对数坐标表示的频率响应——博德图, 举例说明博德图的绘制方法, 最后介绍用尼柯耳斯图绘制系统闭环频率响应的方法。

4.1 频率响应的概念与计算

为了弄清频率响应的概念, 我们先看一个试验。图4—1中的方块表示一个系统, 它的传递函数为 $W(s)$ 。用纸带记录仪记录该系统的输入量与输出量。向系统输入一个正弦信号

$$g(t) = g_0 \sin \omega t \quad (4-1)$$

式中 g_0 —正弦输入信号的振幅

ω —正弦输入信号的频率

系统的运动, 在刚加上输入信号后是瞬态的, 记录下来的输出量不是正弦波形。过了一段时间后, 系统的运动达到稳态, 输出量才成为正弦波形。比较输出量的稳态分量与输入量的波形时可以发现, 稳态输出量的频率与输入

量相同, 但输出量的振幅及相位都与输入量不同。

改变输入量的频率 ω 而保持其振幅 g 恒定, 重复上述试验。此时可以发现, 输出量与输入量的振幅比 H 及输出量与输入量的相位差 φ 都是频率 ω 的函数。

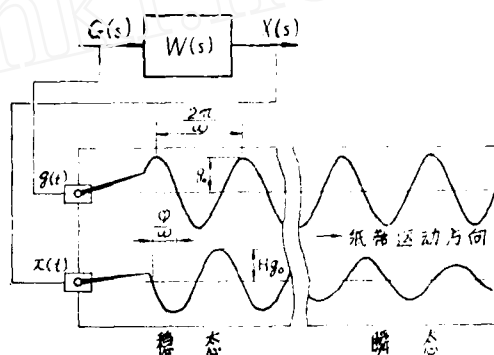


图4—1 频率响应试验

根据上面的试验, 可以把系统的稳态输出量写成

$$x(t) = H(\omega) \cdot g_0 \sin[\omega t + \varphi(\omega)] \quad (4-2)$$

式中的 $H(\omega)$ 和 $\varphi(\omega)$ 分别是一个复变函数 $W(j\omega)$ 的模和幅角。复变函数 $W(j\omega)$ 能说明输入正弦信号时系统的稳态输出量与输入量的关系, 它等于稳态输出量与输入量的复数比。在控制理论中, 把 $W(j\omega)$ 称为频率响应或频率特性。它可以被写成代数形式和指数形式:

$$W(j\omega) = U(\omega) + jV(\omega) \quad (4-3)$$

$$W(j\omega) = H(\omega) \exp[j\varphi(\omega)] \quad (4-4)$$

式中 $U(\omega)$ — $W(j\omega)$ 的实部, 叫做实频特性
 $V(\omega)$ — $W(j\omega)$ 的虚部, 叫做虚频特性
 $H(\omega)$ — $W(j\omega)$ 的模, 它等于稳态输出量与输入量的振幅比, 叫做幅频特性

$\varphi(\omega)$ — $W(j\omega)$ 的幅角,它等于稳态输出量与输入量的相位差,叫做相频特性。各种频率特性之间有下列关系:

$$U(\omega) = R_e W(j\omega) = H(\omega) \cos \varphi(\omega) \quad (4-5)$$

$$V(\omega) = I_m W(j\omega) = H(\omega) \sin \varphi(\omega) \quad (4-6)$$

$$H(\omega) = |W(j\omega)| \\ = \sqrt{[U(\omega)]^2 + [V(\omega)]^2} \quad (4-7)$$

$$\varphi(\omega) = \arg W(j\omega) \\ = \tan^{-1} \left[\frac{V(\omega)}{U(\omega)} \right] \quad (4-8)$$

可以证明,只要把系统传递函数 $W(s)$ 中的拉氏算子 s 换成 $j\omega$,就可以得到频率响应 $W(j\omega)$ 。就是说,如果某系统的传递函数为

$$W(s) = \frac{\sum_{i=0}^m b_i s^i}{\sum_{k=0}^n a_k s^k} \quad (4-9)$$

则该系统的频率响应为

$$W(j\omega) = \frac{\sum_{i=0}^m b_i (j\omega)^i}{\sum_{k=0}^n a_k (j\omega)^k} \quad (4-10)$$

例如,图3-19所示的机械液压伺服机构的传递函数为

$$\frac{X(s)}{G(s)} = \frac{b/a}{a+b} \frac{1}{As+1} \quad (3-58)$$

把式(3-58)中的 s 换成 $j\omega$,即得到该伺服机构的频率响应:

$$W(j\omega) = \frac{b/a}{a+b} \frac{1}{A(j\omega)+1} \quad (4-11)$$

引入

$$K = (b/a) \quad (4-12)$$

$$T = \frac{a+b}{a} \frac{1}{K} \quad (4-13)$$

式(4-11)可简化为

$$W(j\omega) = \frac{K}{T(j\omega)+1} \quad (4-14)$$

运用式(4-5)~(4-8),可得

$$U(\omega) = \frac{K}{1+T^2\omega^2} \quad (4-15)$$

$$V(\omega) = -\frac{KT\omega}{1+T^2\omega^2} \quad (4-16)$$

$$H(\omega) = \frac{K}{\sqrt{1+T^2\omega^2}} \quad (4-17)$$

$$\varphi(\omega) = -\tan^{-1}(T\omega) \quad (4-18)$$

如果向该伺服机构输入式(4-1)所示的正弦信号,则稳态输出量为

$$X(t) = g \frac{K \sin[\omega t - \tan^{-1}(T\omega)]}{\sqrt{1+T^2\omega^2}} \quad (4-19)$$

4.2 奈魁斯特图

大家知道,一个复数可以用复平面上的某个点来表示,也可以用复平面上从坐标原点到该点的一个矢量来表示。复变函数 $W(j\omega)$ 的某个值也可以用复平面上的一个矢量来表示,该矢量的矢径为 $H(\omega)$,该矢量与正实轴的夹角为 $\varphi(\omega)$ 。当 ω 从零变到无穷大时,矢量 $W(j\omega)$ 的矢端轨迹就是频率响应的几何表示,称为极座标幅相频率特性或奈魁斯特图。

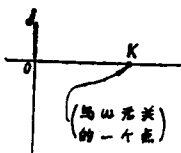

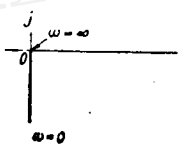
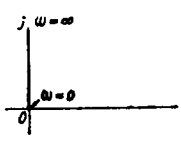
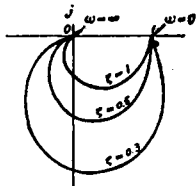
如果已知系统的频率响应为 $W(j\omega)$,可按式(4-7)和式(4-8)求出幅频特性 $H(\omega)$ 与相频特性 $\varphi(\omega)$ 。针对不同的 ω 值算出相应的 $H(\omega)$ 值和 $\varphi(\omega)$ 值,可在极座标复平面上画出不同 ω 值时的 $W(j\omega)$ 矢量,把各矢端连成曲线,即得到该系统的极座标幅相特性曲线。典型环节的频率响应、幅频特性、相频特性以及极座标幅相频率特性曲线见表4-1。

表中所列振荡环节的极座标幅相频率特性是一族曲线,当 ξ 小到一定程度时,幅频特性出现峰值。令 $H(\omega)$ 的一阶导数为零,即

$$\frac{dH(\omega)}{d\omega} = 0 \quad (4-20)$$

可以求出 $H(\omega)$ 的峰值。把表4-1中振荡环节的幅频特性代入式(4-20),得

表 4—1 典型环节的频率响应

环节名称	频率响应	极坐标频率特性曲线
放大环节	$W(j\omega) = K$ $H(\omega) = K$ $\varphi(\omega) = 0$	
惯性环节	$W(j\omega) = \frac{K}{T(j\omega) + 1}$ $H(\omega) = \frac{K}{\sqrt{1 + T^2\omega^2}}$ $\varphi(\omega) = -\tan^{-1}(T\omega)$	
积分环节	$W(j\omega) = \frac{K}{j\omega}$ $H(\omega) = \frac{K}{\omega}$ $\varphi(\omega) = -\frac{\pi}{2}$	
微分环节	$W(j\omega) = K(j\omega)$ $H(\omega) = K\omega$ $\varphi(\omega) = \frac{\pi}{2}$	
振荡环节	$W(j\omega) = \frac{K}{T^2(j\omega)^2 + 2\zeta T(j\omega) + 1}$ $H(\omega) = \frac{K}{\sqrt{(1 - T^2\omega^2)^2 + (2\zeta T\omega)^2}}$ $\varphi(\omega) = -\tan^{-1}\left(\frac{2\zeta T\omega}{1 - T^2\omega^2}\right)$	

$$\omega^2 - \frac{1}{T^2} + \frac{2\zeta^2}{T^2} = 0 \quad (4-21)$$

针对 ω 求解方程式(4-21),得峰值频率为

$$\omega_p = \frac{1}{T} \sqrt{1 - 2\zeta^2} \quad (4-22)$$

就是说,当频率值由式(4-22)给出时 $H(\omega)$ 出现峰值。仅当 $1 - 2\zeta^2 \geq 0$ 时,即当 $\zeta \leq 0.707$ 时,式(4-22)才有意义, $H(\omega)$ 才有峰值。该峰值为

$$\begin{aligned}
 H(\omega)_{max} &= \frac{K}{\sqrt{(1 - T^2\omega_p^2)^2 + (2\zeta T\omega_p)^2}} \Big|_{\omega = \omega_p} \\
 &= \frac{K}{2\zeta \sqrt{1 - \zeta^2}} \quad (4-23)
 \end{aligned}$$

运用奈魁斯特图固然可以评价系统的动态特性,但是绘制奈魁斯特图时的计算和绘图工作量很大。例如,绘制两个环节串联组成的系统的奈魁斯特图时,须将两个环节的奈魁斯特图中对应的矢量的模相乘、幅角相加,然后再逐点作图。

4.3 博德图

博德图的引入使频率响应的计算与绘图大为简化。博德图又称为对数频率特性曲线,它包括两个图,即对数幅频特性和对数相频特性。二者都画在直角坐标系中,横轴是频率 ω (用对数标尺),纵轴分别是幅频特性 $H(\omega)$ (用分贝标

尺)和相频特性 $\varphi(\omega)$ (用线性标尺)。由于采用对数标尺,幅频特性可以用一些直线段(渐近线)近似画出,再稍加修正即可得到实际曲线;采用对数标尺还把模的乘法运算简化为模对数的加法运算。另外,由于液压伺服系统的参数有发生变化的倾向,用博德图来分析和设计液压伺服系统要比用奈魁斯特图或根轨迹法方便得多。

博德图的坐标轴

博德图的横轴为频率 ω (弧度/秒),按对数 $\lg\omega$ 划分,但仍标出 ω 值(图4-2)。 ω 轴上满足 $\omega_2/\omega_1=10$ 的任意两点 ω_1 与 ω_2 之间的距离叫做十倍频程(decade,简写dec),即

$\lg\omega_2 - \lg\omega_1 = \lg(\omega_2/\omega_1) = \lg 10 = 1$ 十倍频程。而满足 $\omega_2/\omega_1=2$ 的任意两点 ω_1 与 ω_2 之间的距离叫做倍频程(octave,简写oct),即

$$\begin{aligned}\lg\omega_2 - \lg\omega_1 &= \lg(\omega_2/\omega_1) = \lg 2 \\ &= 0.301 \text{ 十倍频程} \\ &= 1 \text{ 倍频程}\end{aligned}$$

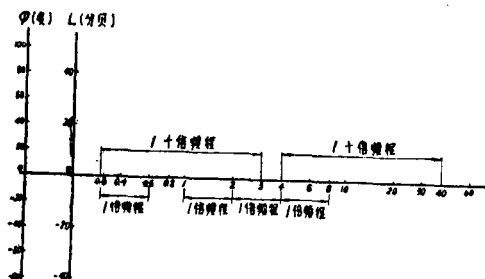


图4-2 博德图的坐标

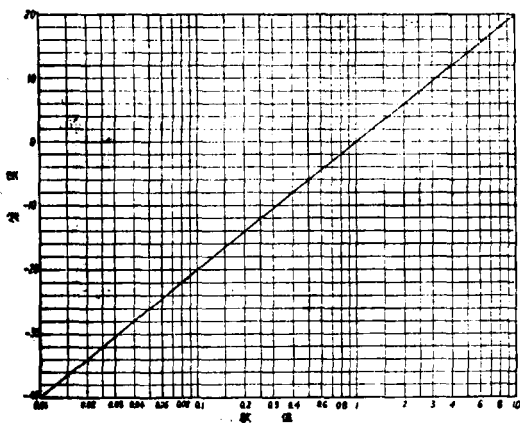


图4-3 数值与分贝值的换算

对数幅频特性的纵轴是振幅比 H 的对数 L ,单位为分贝(decibel,简写db),分贝值与 H 数有如下关系:

$$L = 20 \lg H \quad (4-24)$$

可以利用图4-3进行数与分贝值的换算。

对数相频特性的纵轴是相位差 φ (度)。

典型环节的博德图

放大环节 把表4-1中的

$$H(\omega) = K$$

代入式(4-24),得到放大环节的对数幅频特性为

$$L = 20 \lg K \quad (4-25)$$

根据表4-1,放大环节的相频特性为

$$\varphi(\omega) = 0 \quad (4-26)$$

可见放大环节的 L 和 φ 都是常数。放大环节的博德图见图4-4

积分环节 把表4-1中的

$$H(\omega) = K/\omega$$

代入式(4-24),得到积分环节的对数频率特性为

$$L = 20 \lg K - 20 \lg \omega \quad (4-27)$$

显然,在 $L - \lg\omega$ 坐标系里,这是一条通过 $\omega = 1$ 、 $L = 20 \lg K$ 点而斜率为 -20 分贝/十倍频程的直线。在控制理论中,把对数幅频特性曲线与0分贝轴的交点处的频率叫做穿越频率 ω_c 。令

$$L = 20 \lg K - 20 \lg \omega = 0$$

可以求出积分环节的穿越频率为

$$\omega_c = K$$

根据表4-1,积分环节的相频特性为

$$\varphi(\omega) = -90^\circ \quad (4-28)$$

所以对数相频特性是一条水平线。积分环节的博德图见图4-5。

微分环节 把表4-1中的

$$H(\omega) = K\omega$$

代入式(4-24),得到微分环节的对数频率特性为

$$L = 20 \lg K + 20 \lg \omega$$

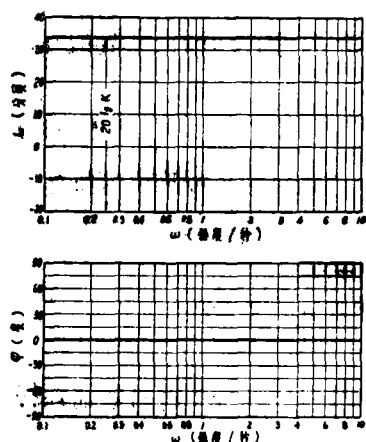


图 4-4 放大环节的博德图

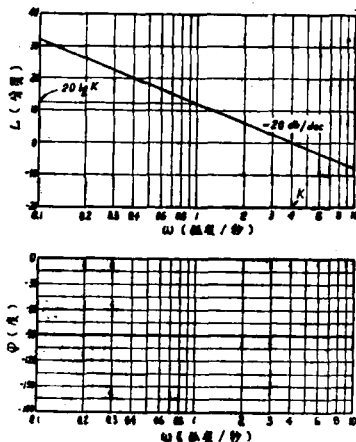


图 4-5 积分环节的博德图

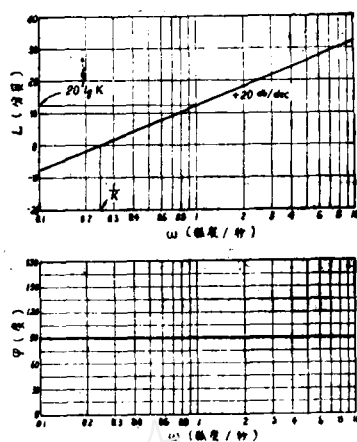


图 4-6 微分环节的博德图

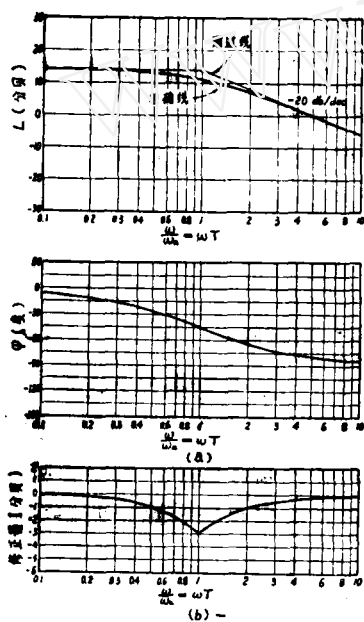


图 4-7 惯性环节的博德图

a—博德图

b—振幅比修正量

在 $L - \lg \omega$ 坐标系里, 这是一条斜率为 20 分贝/十倍频程的直线。当 $\omega = 1$ 时, $L = 20 \lg K$ 。
微分环节的穿越频率为

$$\omega_c = 1/K$$

根据表 4-1, 微分环节的相频特性为

$$\varphi(\omega) = 90^\circ$$

在 $\varphi - \lg \omega$ 坐标系里, 这是一条水平线。微分环节的博德图见图 4-6。

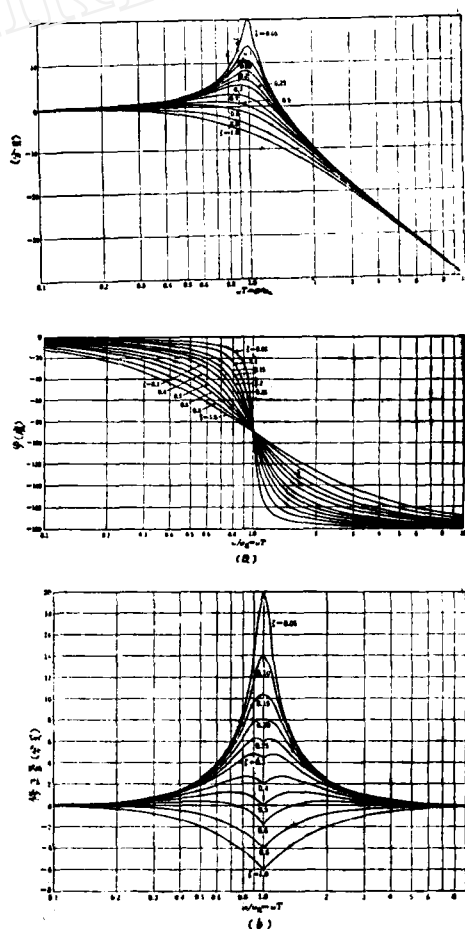


图 4-8 振荡环节的博德图

a—博德图

b—振幅比修正量

惯性环节 把表 4—1 中的

$$H(\omega) = \frac{K}{\sqrt{1+T^2\omega^2}}$$

代入式 (4—24)，得到惯性环节的对数频率特性为

$$L = 20\lg K - 20\lg \sqrt{1+\omega^2 T^2} \quad (4-29)$$

按此式画出的准确曲线有一条渐近线，该渐近线是由两段直线组成的折线。当 $\omega \ll 1/T$ 时，式 (4—29) 可化为

$$L \approx 20\lg K \quad (4-30)$$

就是说，低频渐近线是一段水平线。当 $\omega \gg 1/T$ 时，式 (4—29) 可化为

$$L \approx 20\lg K - 20\lg \omega T \quad (4-31)$$

就是说，高频渐近线是一段斜线，其斜率为 -20 分贝/十倍频程。渐近线的转折点，即低频渐近线与高频渐近线的交点，位于 $\omega = 1/T$ 处，此频率叫做转折频率 ω 。

对于初步的工程计算来说，画出渐近线往往就够用了。需要画出准确线时，可在渐近线的基础上进行修正。惯性环节的振幅比修正量见表 4—2 和图 4—7b。

根据表 4—1，惯性环节的相频特性为

$$\varphi(\omega) = \tan^{-1}(T\omega) \quad (4-32)$$

这是一条反正切曲线，其函数值列于表 4—3。

惯性环节的博德图见图 4—7。

振荡环节 把表 4—1 中的

$$H(\omega) = \frac{K}{\sqrt{(1-T^2\omega^2)^2 + (2\zeta T\omega)^2}}$$

代入式 (4—24)，得到振荡环节的对数幅频特性为

$$L = 20\lg K - 20\lg \sqrt{(1-T^2\omega^2)^2 + (2\zeta T\omega)^2} \quad (4-33)$$

按此式画出的准确曲线的渐近线是由低频渐近线与高频渐近线组成的折线。低频渐近线

$$L \approx 20\lg K \quad (4-34)$$

是一段水平线，高频渐近线

$$L \approx 20\lg K - 40\lg \omega T \quad (4-35)$$

是一段斜率为 -40 分贝/十倍频程的斜线。转折频率 $\omega = 1/T$ 。不同 ζ 值时的振幅比修正量见表 4—4 和图 4—8b。

根据表 4—1，振荡环节的相频特性为

$$\varphi(\omega) = -\tan^{-1} \left(\frac{2\zeta T\omega}{1-T^2\omega^2} \right) \quad (4-36)$$

不同 ζ 值时的 φ 值列于表 4—5。

振荡环节的博德图见图 4—8。

4.4 博德图的绘制

绘制博德图的步骤如下：

① 把系统传递函数化为标准形式，即化为典型环节的传递函数的乘积。分析它的组成环节。

② 选定坐标轴的比例尺。

③ 在图纸上标出所有的转折频率。

④ 画出低频渐近线。

⑤ 在每个转折频率处改变渐近线的斜率，画出对数频率特性的渐近线。

表 4—2 惯性环节的振幅比修正量

$\frac{\omega}{\omega_n}$	0.1	0.2	0.5	1	2	5	10
修正量(分贝)	-0.04	-0.17	-0.97	-3.01	-0.97	-0.17	-0.04

表 4—3 惯性环节的相频特性

$\frac{\omega}{\omega_n}$	0	0.1	0.2	0.5	1	2	5	10	∞
φ	0	-5.7°	-11.3°	-26.6°	-45°	-63.4°	-78.7°	-84.3°	-90°

表 4-4 振荡环节的振幅比修正量

ζ	$\frac{\omega}{\omega_n}$	0.1	0.2	0.4	0.6	0.8	1	1.25	1.66	2.5	5	10
0.1		0.086	0.348	1.48	3.728	8.094	13.98	8.094	3.728	1.48	0.348	0.086
0.2		0.08	0.325	1.36	3.305	6.345	7.96	6.345	3.305	1.36	0.325	0.08
0.3		0.071	0.292	1.179	2.681	4.429	4.439	4.439	2.681	1.179	0.292	0.071
0.5		0.044	0.17	0.627	1.137	1.137	0.00	1.137	1.137	0.627	0.17	0.044
0.7		0.001	0.00	-0.08	-0.472	-1.41	-2.92	-1.41	-0.472	-0.08	0.00	0.001
1.0		-0.036	-0.34	-1.29	-2.76	-4.296	-6.02	-4.296	-2.76	-1.29	-0.34	-0.036

表 4-5 振荡环节的相频特性 φ

ζ	$\frac{\omega}{\omega_n}$	0.1	0.2	0.5	1.0	2.0	5.0	10
0.1		-1.2°	-2.4°	-7.6°	-90°	-172.4°	-177.6°	-178.8°
0.2		-2.3°	-4.6°	-14.9°	-90°	-165.1°	-175.2°	-177.7°
0.3		-3.5°	-7.1°	-21.8°	-90°	-158.2°	-172.9°	-176.5°
0.5		-5.8°	-11.8°	-33.7°	-90°	-146.3°	-168.2°	-174.2°
0.7		-8.1°	-16.3°	-43.0°	-90°	-137.0°	-163.7°	-171.9°
1.0		-11.4°	-22.6°	-53.1°	-90°	-126.9°	-157.4°	-168.6°

⑥对渐近线进行修正,画出准确的对数幅频特性曲线。

⑦画出每个环节的对数相频特性曲线。

⑧在每个频率下把各环节的相位差叠加,画出系统的对数相频特性曲线。

下面举两个例子说明博德图的绘制。

例 1 绘制传递函数为

$$W(s) = \frac{80}{(s+1)} \left[\left(\frac{s}{200} \right)^2 + \frac{2 \times 0.3}{200} s + 1 \right]$$

的系统的博德图。

此传递函数已经是标准形式,它包括四个典型环节,即

放大环节 80

惯性环节 $\frac{1}{\frac{s}{40} + 1}$

一阶微分环节 $\frac{s}{100} + 1$

振荡环节 $\left(\frac{s}{200} \right)^2 + \frac{2 \times 0.3}{200} s + 1$

在选好比例尺的 ω 轴上标出各转折频率,即

40、100、200。画 $L = 20 \lg 80 = 38$ 分贝的水平

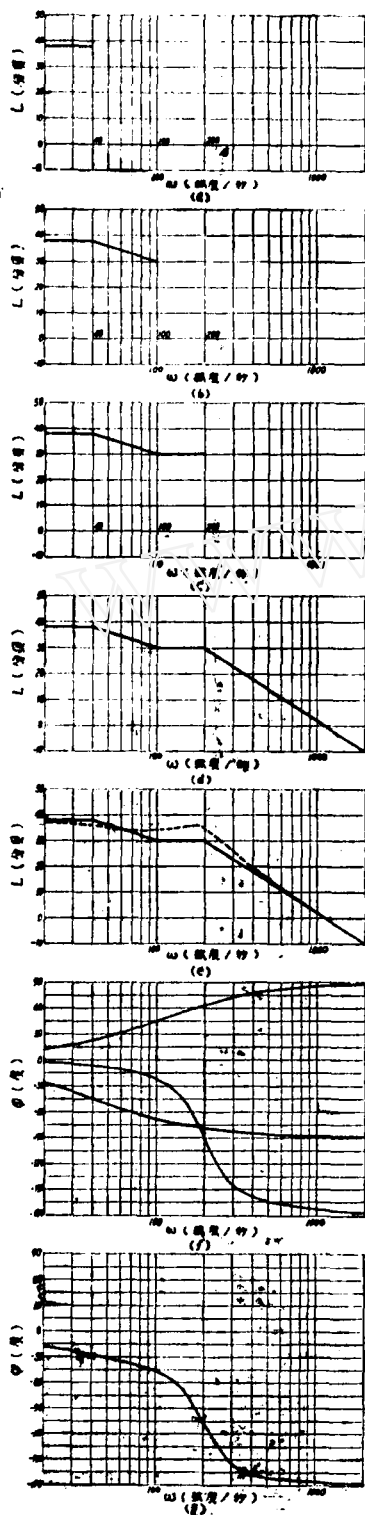


图 4-9 例 1 的波特图的绘制

线至第一个转折频率 40 (图 4-9 a)。40 是惯性环节的转折频率, 渐近线在此点发生 -20 分贝/十倍频程的转折。从此频率起画 -20 分贝/十倍频程斜线至第二个转折频率 100 (图 4-9 b)。100 是一阶微分环节的转折频率, 渐近线在此点发生 +20 分贝/十倍频程的转折而成为水平线。从此频率起画水平线至第三个转折频率 200 (图 4-9 c)。200 是振荡环节的转折频率, 渐近线在此点发生 -40 分贝/十倍频程的转折。从此频率起画 -40 分贝/十倍频程斜线 (图 4-9 d), 就得到了对数频率特性的渐近线。再进行修正, 就得到准确的对数幅频特性曲线 (图 4-9 e)。

以每个转折频率为中心, 画出各环节的相频特性曲线 (图 4-9 f), 再把它叠加起来, 即得到总的对数相频特性曲线 (图 4-9 g)。

例 2 绘制传递函数为

$$W(s) = \frac{30}{s \left(\frac{s}{100} + 1 \right) \left[\left(\frac{s}{200} \right)^2 + 2 \times 0.5 \frac{s}{200} + 1 \right]}$$

的系统的对数频率特性。

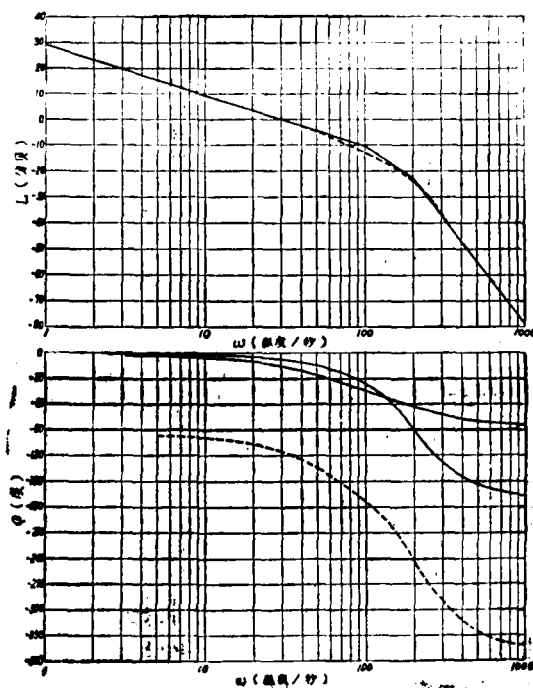


图 4-10 例 2 的对数频率特性

此传递函数中含有积分环节 $30/s$ ，所以第一个转折频率左边的低频渐近线不是水平线，而是通过 $\omega = 1$ 、 $L = 20\lg 30 = 29.5$ 分贝点的、斜率为 -20 分贝/十倍频程的斜线。过 $\omega = 1$ 、 $L = 29.5$ 分贝点作 -20 分贝/十倍频程的斜线，即得到低频渐近线。其他画法与上例相同。画出的对数频率特性曲线见图4—10。

4.5 尼柯耳斯图

运用上述方法画出系统的开环博德图后，如何求出系统的闭环频率特性呢？这里介绍一种利用算图从开环博德图求取闭环博德图的方法。这种算图称为尼柯耳斯图。

先看单位反馈的情况。图4—11所示的单位反馈闭环控制系统中，开环传递函数为 $G(s)$ 。该系统的闭环频率特性为

$$\begin{aligned}\phi(j\omega) &= \frac{X(j\omega)}{Y(j\omega)} = \frac{G(j\omega)}{1 + G(j\omega)} \\ &= M(\omega) \exp[jN(\omega)] \quad (4-37)\end{aligned}$$

式中 $M(\omega)$ —闭环幅频特性

$N(\omega)$ —闭环相频特性

可以算出：

$$M = 1/\sqrt{1 + \frac{2\cos(\arg G)}{G} + \frac{1}{G^2}}$$

$$N = \tan^{-1} \frac{\sin(\arg G)}{G + \cos(\arg G)}$$

就是说， M 和 N 都与 G 有确定的函数关系。在复平面 $[G]$ 内可以画出等 M 线和等 N 线，这两族曲线就组成尼柯耳斯图。

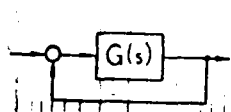


图4—11 单位反馈系统

尼柯耳斯图见图4—12。图中有两组坐标，一组是由 G 值（分贝）

与 $\arg G$ 值（度）组成的直角坐标，另一组是由等 M （分贝）曲线族与等 N （度）曲线族交织而成曲线坐标。

在直角坐标系里画出的开环频率特性曲线的每个点，在曲线坐标系里也有坐标值。这些曲线坐标值就决定着闭环频率特性的值。把这些从尼柯耳斯图上读出的 M 和 N 值画在博德图的直角坐标里，就可得到闭环博德图了。

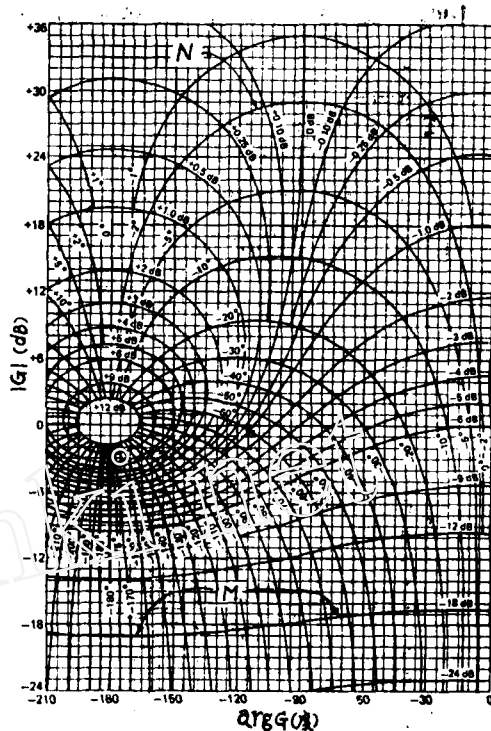


图4—12 尼柯耳斯图

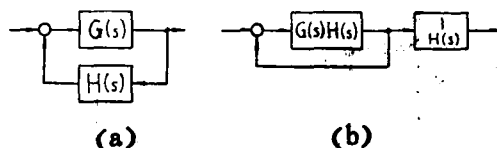


图4—13 非单位反馈系统的变换

尼柯耳斯图可以直接用于具有单位反馈的闭环控制系统，也可以按下述方法用于非单位反馈的系统。图4—13a所示的系统的闭环频率特性为

$$\phi(j\omega) = \frac{G(j\omega)}{1 + G(j\omega)H(j\omega)}$$

把系统变换成图4—13b所示的系统，闭环频率特性可改写成

$$\phi(j\omega) = \frac{G(j\omega)H(j\omega)}{1 + G(j\omega)H(j\omega)} \cdot \frac{1}{H(j\omega)} \quad (4-38)$$

就是说，闭环频率特性化为一个单位反馈系统的闭环特性乘以 $1/H(j\omega)$ 。于是，非单位反馈系统的闭环频率特性可按下列步骤求得：

①在尼柯耳斯图上画出开环频率特性曲线 $G(j\omega)H(j\omega)$ 。

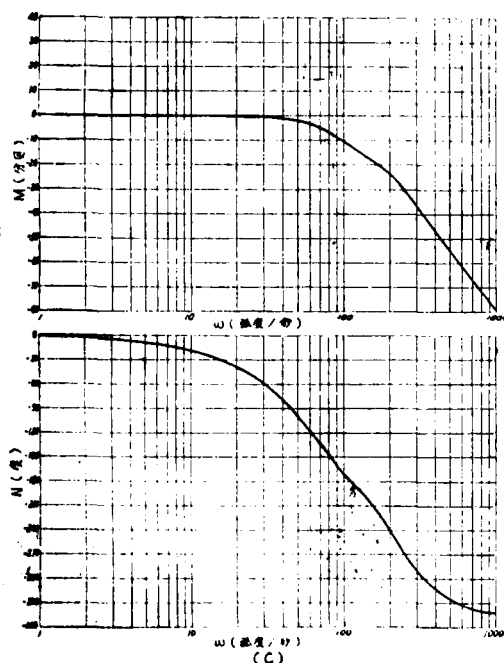
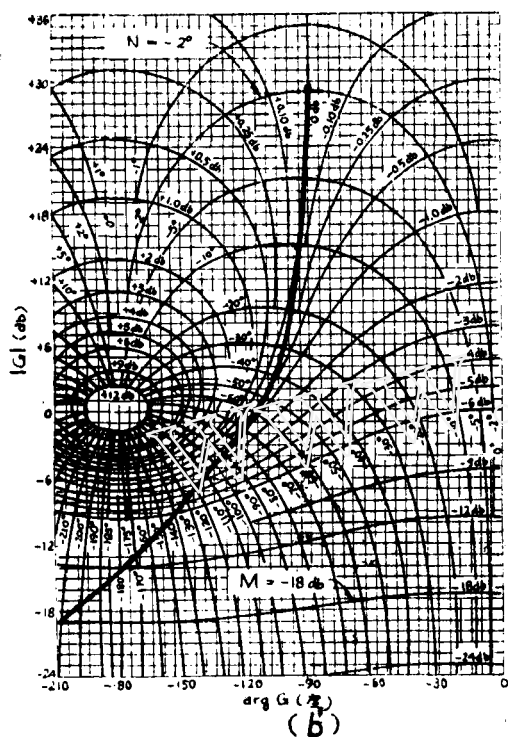
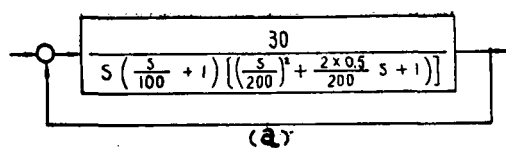


表 4—6 例题中频率响应函数表

频率 ω	从开环博德图取值		从尼柯耳斯图查得	
	G (分贝)	argG (度)	M (分贝)	N (度)
1	29.5	-90	0	-2
5	15	-96	0	-10
10	9.3	-99	-0.1	-20
20	3.5	-108.5	-0.4	-39
30	0	-116	-0.5	-58
40	-2.5	-125	-1.3	-80
50	-4.8	-135	-2	-100
60	-6.7	-144	-3.4	-118
80	-10.3	-160	-7	-146
100	-13	-174	-10.5	-173
120	-15.5	-187	-14	-187
140	-17.7	-201	-16.5	-201
170	-21	-221	-20	-221
200	-24	-243	-23.5	-243

②针对具体的频率值读出开环频率特性曲线 $G(j\omega)H(j\omega)$ 上各点的 M 值与 N 值,并据以画出响应函数

$$\frac{G(j\omega)H(j\omega)}{1 + G(j\omega)H(j\omega)}$$

的博德图。

③在博德图上画出 $1/H(j\omega)$ 曲线。

④在博德图上用作图法把②与③中得到的曲线叠加,所得曲线即为闭环频率特性 $\Phi(j\omega)$ 。

现在举例说明闭环博德图的绘制。设有闭环控制系统如图14a所示,此系统的开环传递函数与上节中的例2相同,故开环博德图已经求出,见图4—10。根据图4—10所示的开环博德图,在尼柯耳斯图的直角坐标系中标出不同 ω 值下的 $G(j\omega)$ 点,再把各点连成曲线,即得到开环频率特性曲线(图4—14b)。读出该曲线上若干点的曲线坐标值 M 与 N ,列成函数表如表4—6。按表列数值即可画出闭环博德图(图4—14c)。比较图4—14c与图4—10可以看出,在低频段,即 $\omega \ll \omega_c$ 时,闭环对数幅频特性与0分贝轴重合;在高频段,即 $\omega \gg \omega_c$ 时,闭环对数幅频特性基本上与开环对数幅频特性重合,闭环相频特性也基本上与开环相频特性重合。

图 4—14 闭环频率特性曲线的绘制