



第3章 机械零件的疲劳强度

3.1 交变应力与疲劳失效

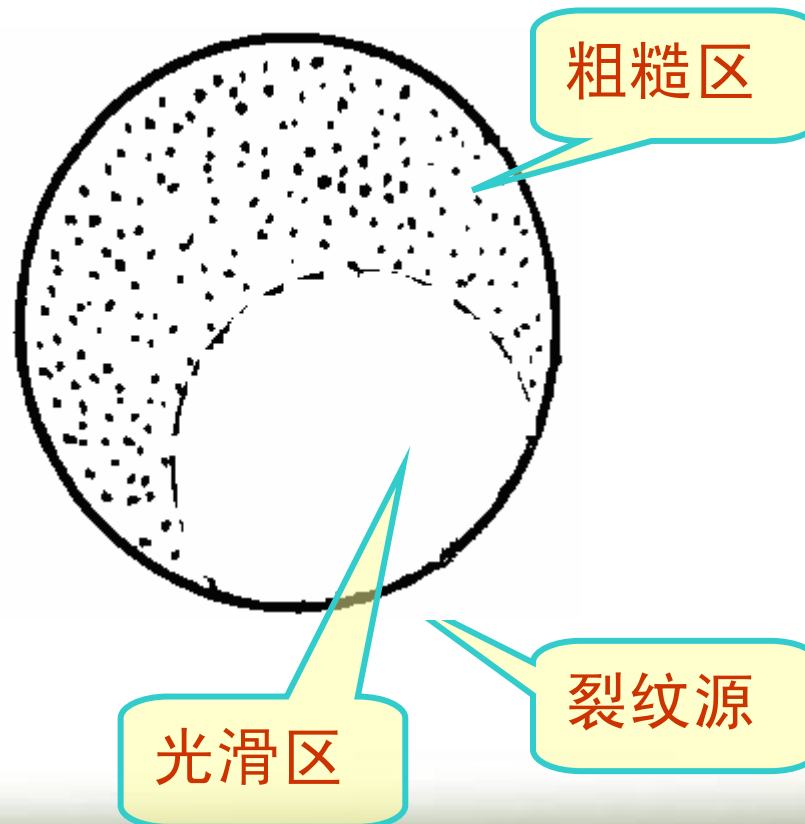
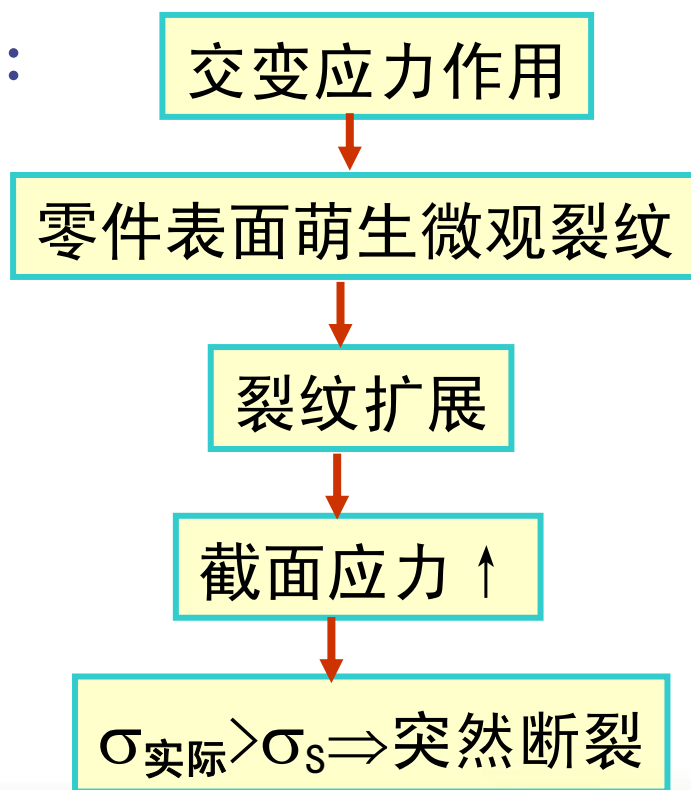
3.2 疲劳强度的基本理论

3.1 交变应力与疲劳失效

3.1.1 疲劳失效

(1) **现象**：零件工作一段时间后发生破坏(象人疲劳)

(2) **机理**：



3.1 交变应力与疲劳失效

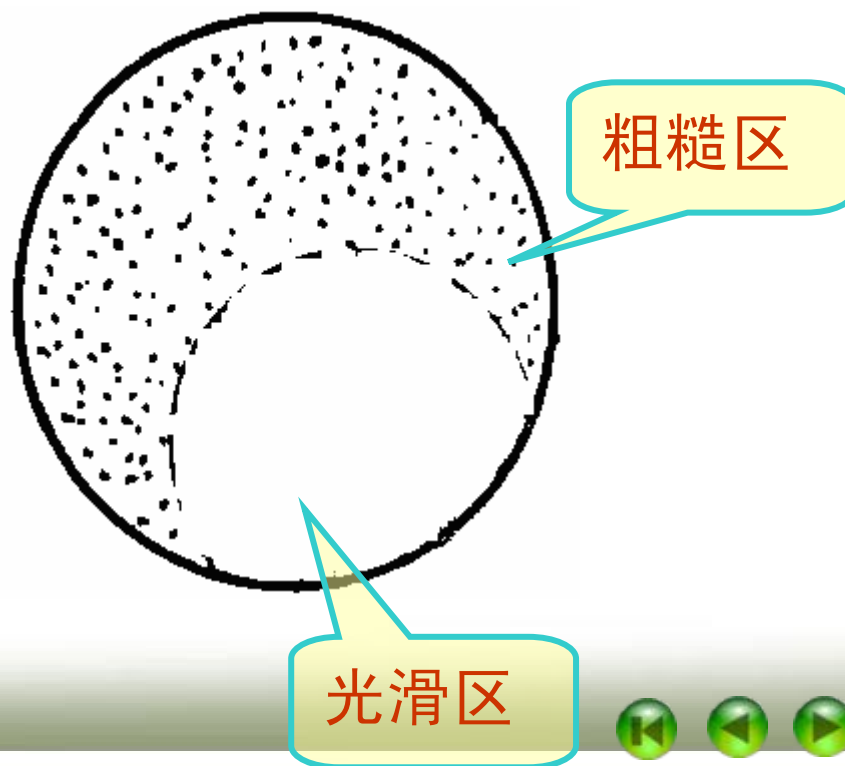
3.1.1 疲劳失效

(3) 特点:

1) (工作) 应力最大值小于屈服强度, 零件工作一段时间后发生断裂 (工作寿命)

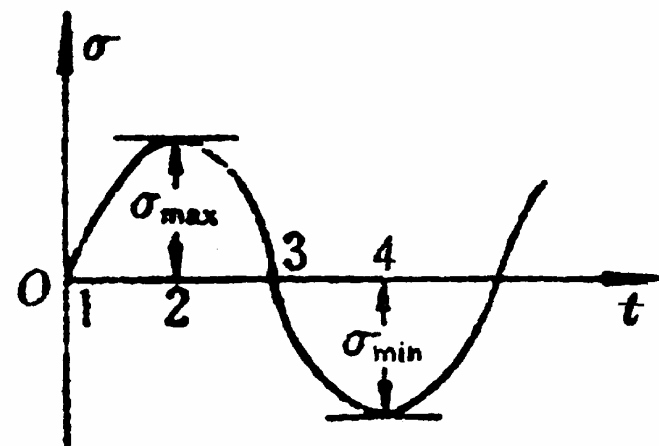
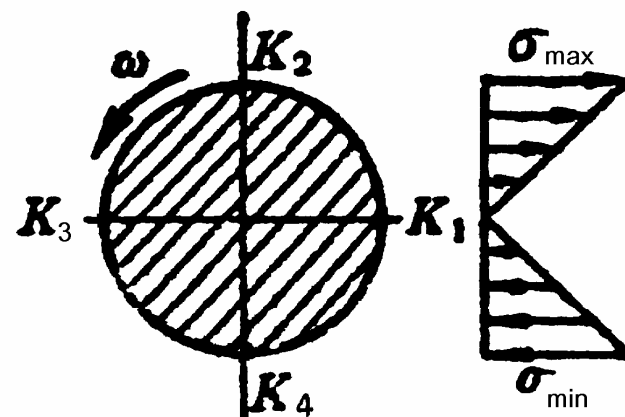
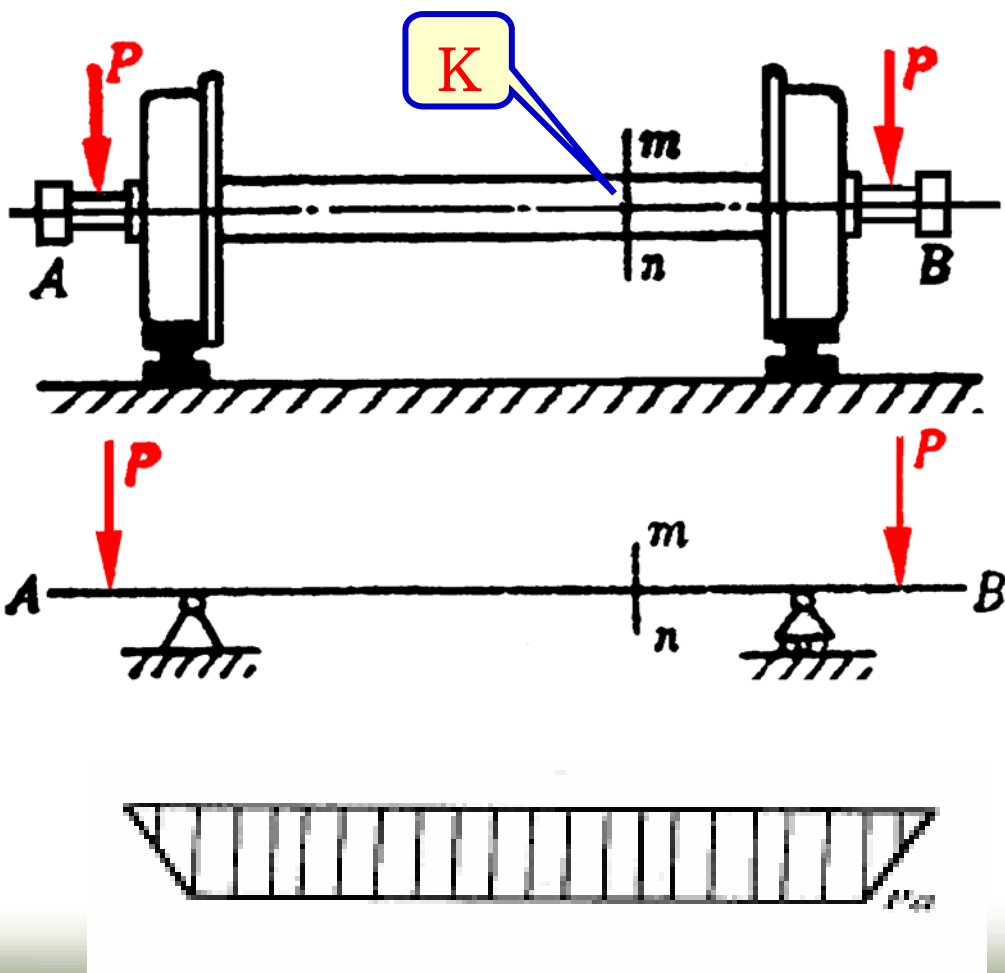
2) 应力大, 寿命短; 应力小, 寿命长

3) 破坏断面上有光滑区和粗糙区



3.1 交变应力与疲劳失效

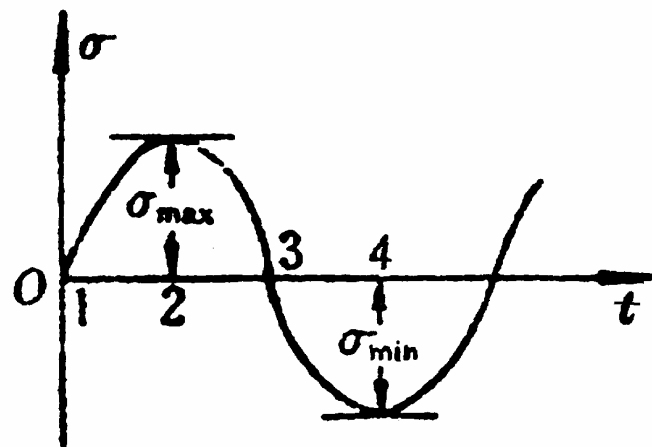
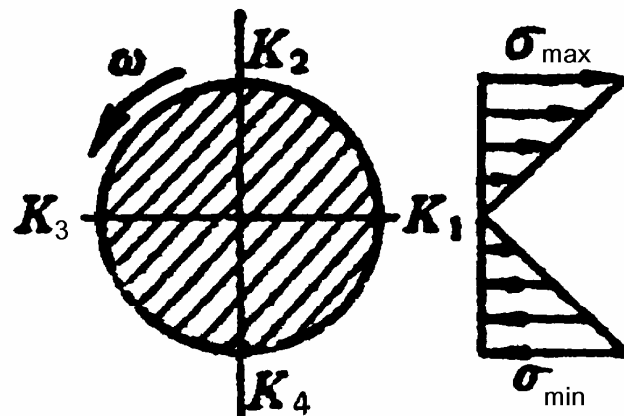
3.1.2 交变应力



3.1.2 交变应力

每转一转，轴上任一点上的应力经过：

$0 \nearrow \sigma_{\max} \searrow 0 \swarrow \sigma_{\min} \nearrow 0$
的一次循环变化过程

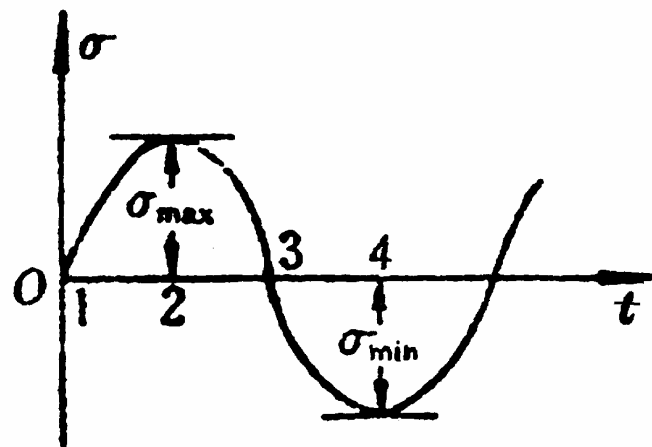
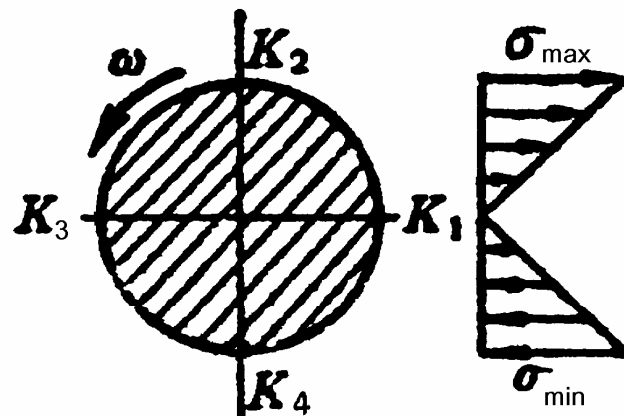


3.1.2 交变应力

(1) 交变应力--随时间作周期性变化的应力

产生的原因:

- 1) 零件受交变载荷作用。
- 2) (或) 载荷不变, 而零件在转动



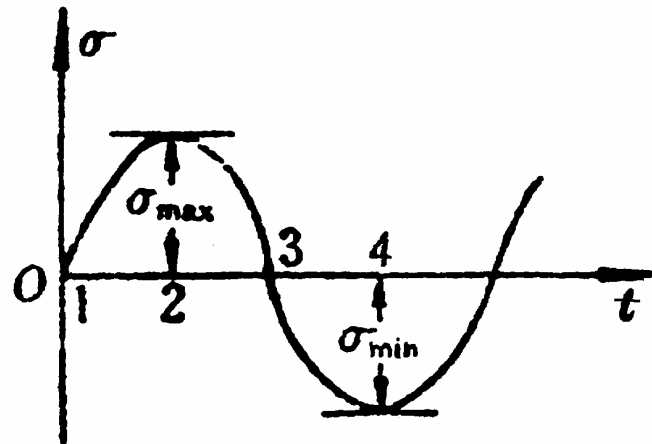
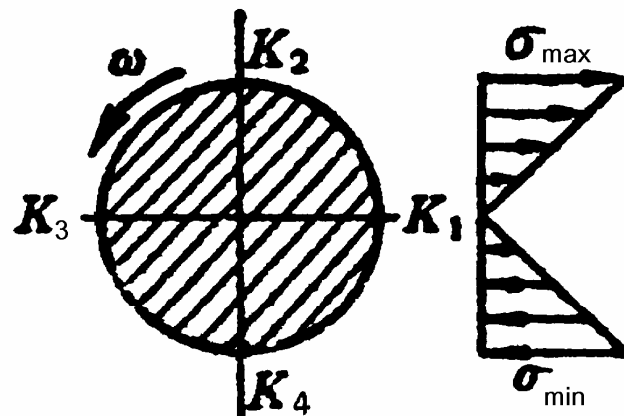
3.1.2 交变应力

(2) 应力循环特征及术语

1) 应力循环 -- 应力每重复变化一次（称作一次循环）。

2) 应力循环次数 -- 应力重复变化的次数

3) 应力循环曲线 -- 应力与时间的关系曲线。



3.1.2 交变应力

(2) 应力循环特征及术语

4) 平均应力:

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2}$$

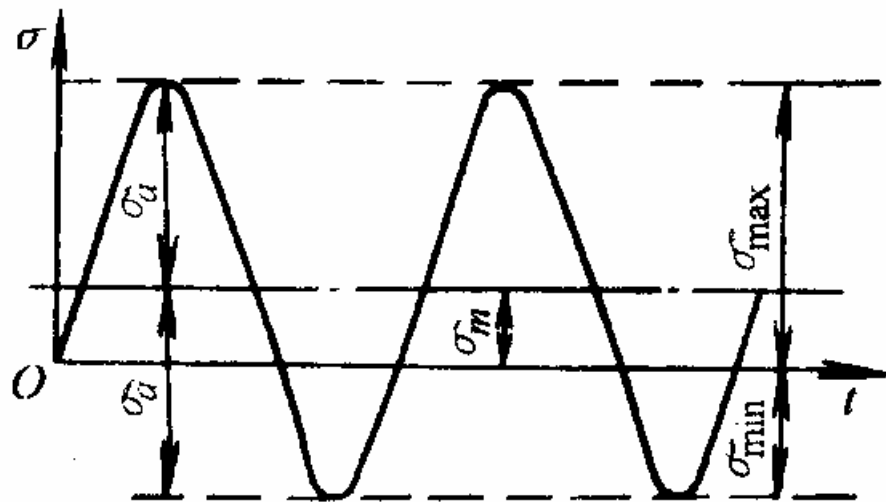
5) 应力幅:

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2}$$

6) 应力循环特征

$$r = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}}$$

表示变应力不同的变化规律, $-1 < r < 1$



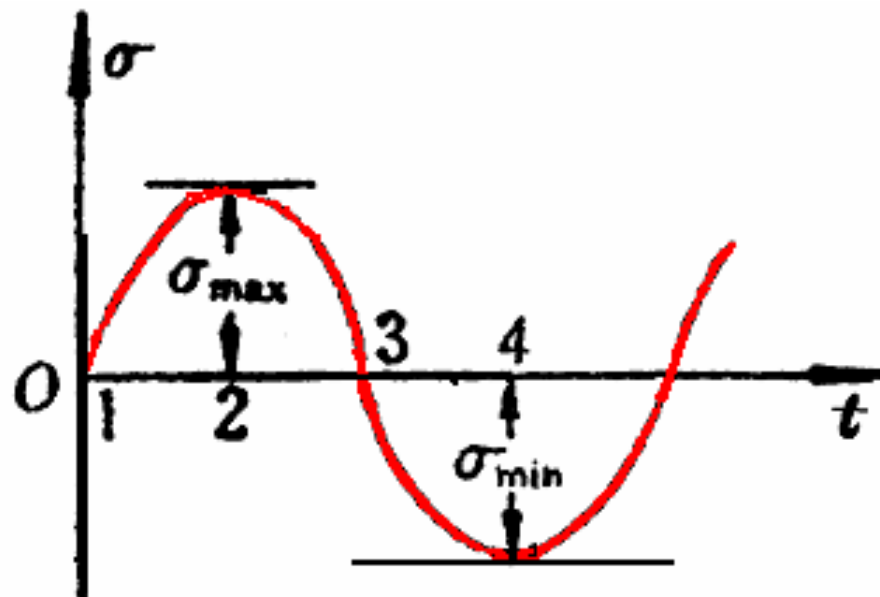
3.1.2 交变应力

(3) 常见的交变应力规律

1) 对称循环

$$\sigma_{max} = -\sigma_{min}$$

$$r = -1$$



3.1.2 交变应力

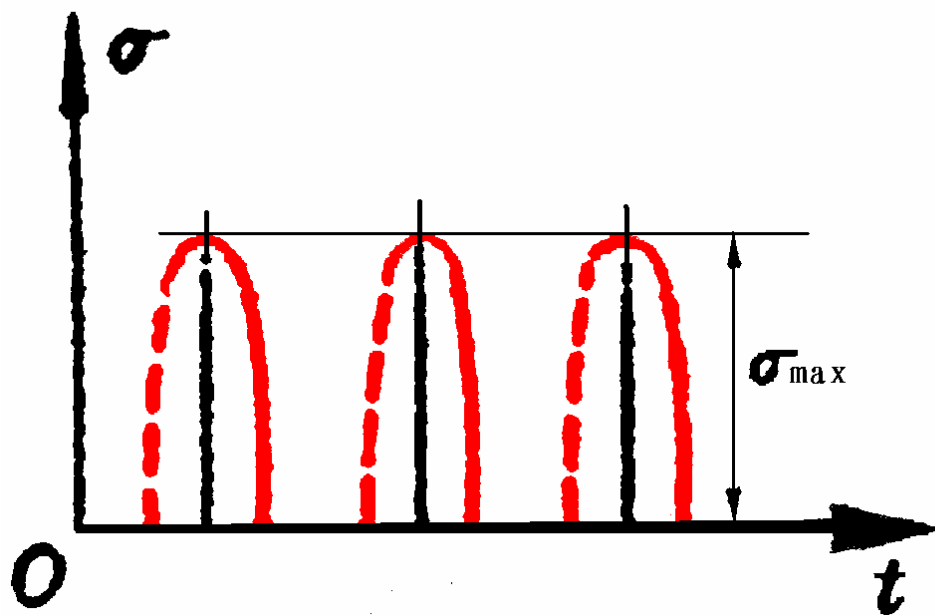
(3) 常见的交变应力规律

2) 脉动循环

$$\sigma_{max} \neq 0$$

$$\sigma_{min} = 0$$

$$r = 0$$



3.1.2 交变应力

(3) 常见的交变应力规律

3) 静应力

$$\sigma_{max} = \sigma_{min} = \sigma_m$$

$$r = 1$$



3.1.2 交变应力

(3) 常见的交变应力规律

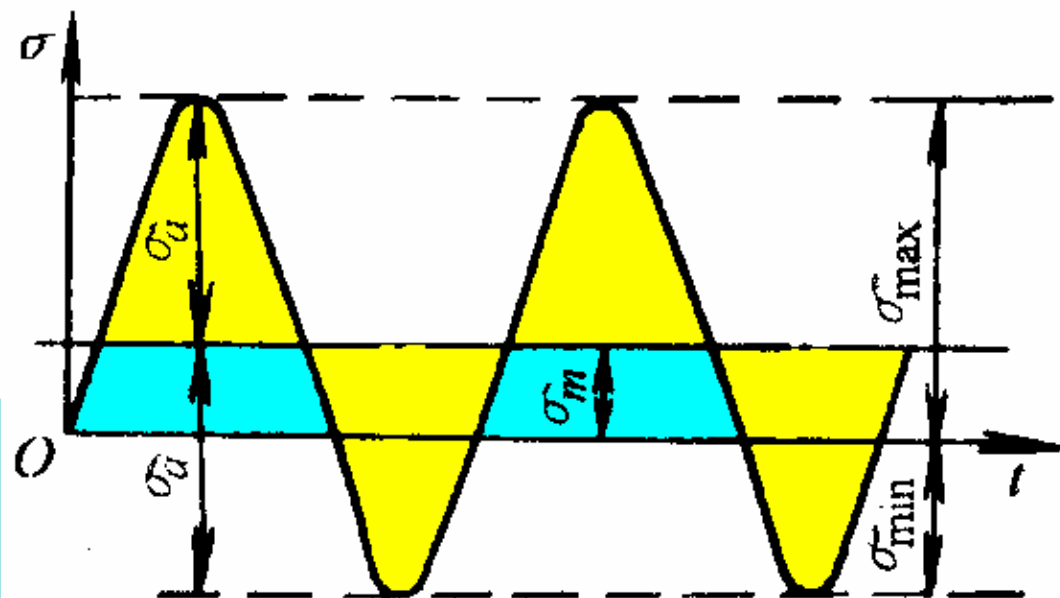
4) 小结

① r 由: $-1 \rightarrow 1$

交变应力 \rightarrow 静应力

② 平均应力影响静强度

③ 应力幅影响疲劳强度



3.2 疲劳强度的基本理论

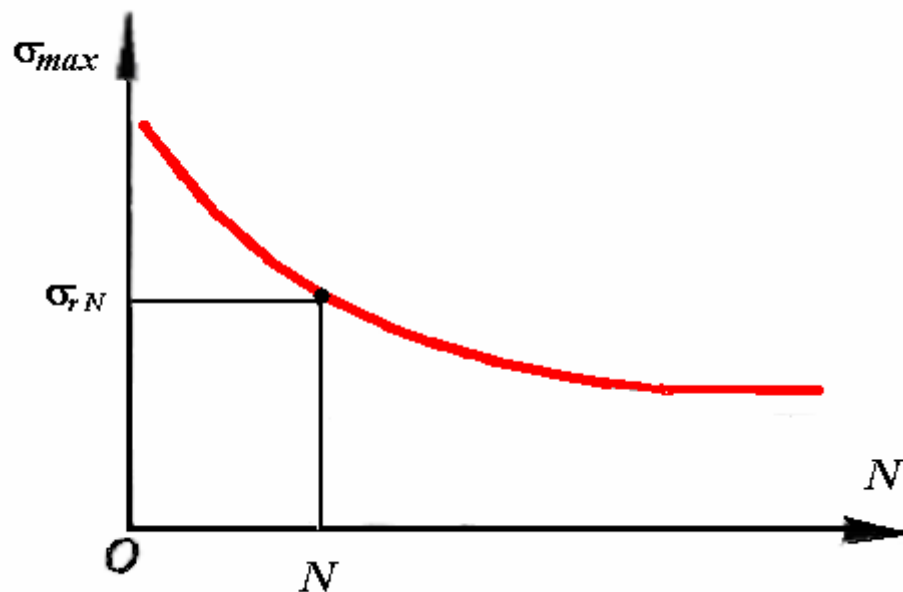
3.2.1 σ — N 疲劳曲线

某一循环特征下极限应力与循环次数（寿命）的关系曲线

N —试件的总循环次数

σ_{rN} —与试件寿命对应的极限应力

r —循环特征系数



3.2.1 σ — N 疲劳曲线

1) 讨论

(1) 尺寸一定, $\sigma \downarrow$ 、寿命 \uparrow

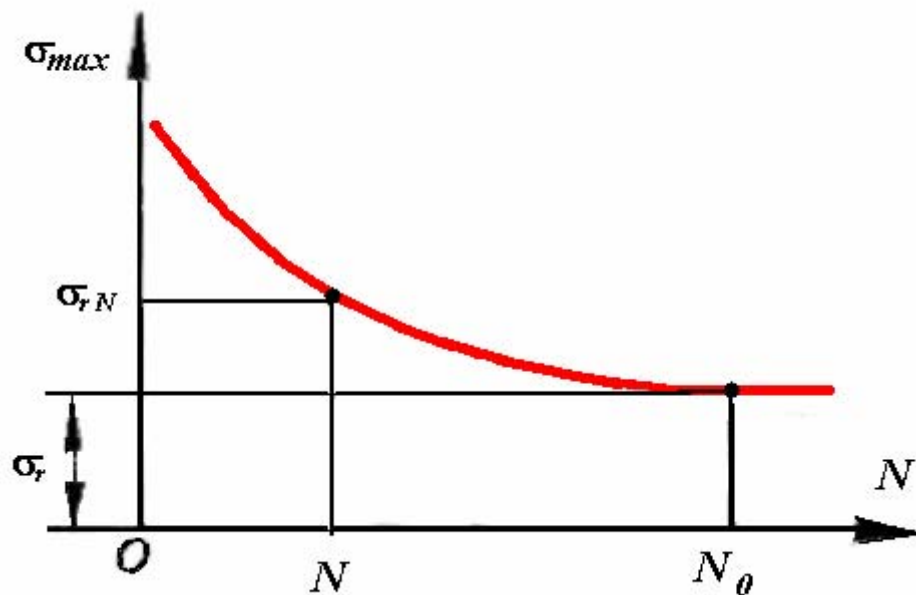
(2) 当 $\sigma < \sigma_r$ 时, $N \rightarrow \infty$



试件 (零件) 具有“无限寿命”

σ_r —持久极限 (材料重要指标)

N_0 —循环基数 (金属材料一般 $N_0 = 10^7$)



$N > N_0$, 曲线趋于水平

3.2.1 $\sigma-N$ 疲劳曲线

2) 疲劳曲线方程

当 $N < N_0$ 时, 近似有:

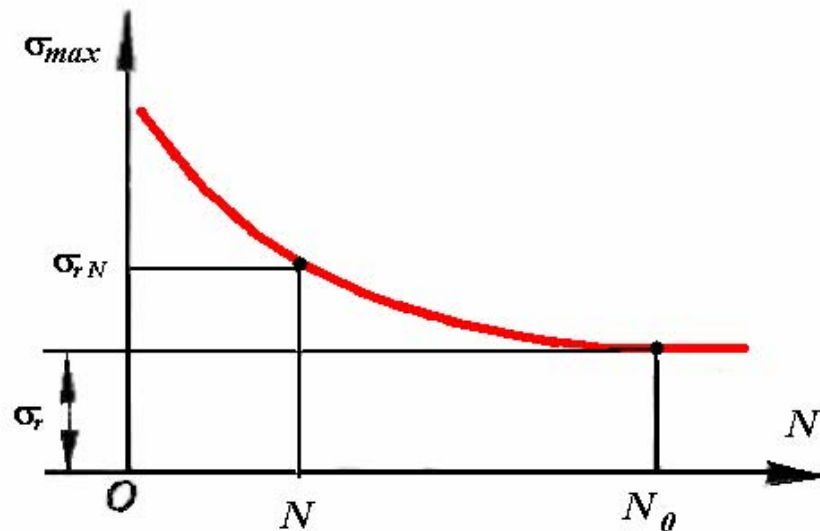
$$\sigma_{rN}^m N = \sigma_r^m N_0 = C$$

m —随材料而不同的指数

3) 疲劳极限(应力)计算:

$$\sigma_{rN} = \sqrt[m]{\frac{N_0}{N}} \sigma_r = K_N \sigma_r$$

寿命系数





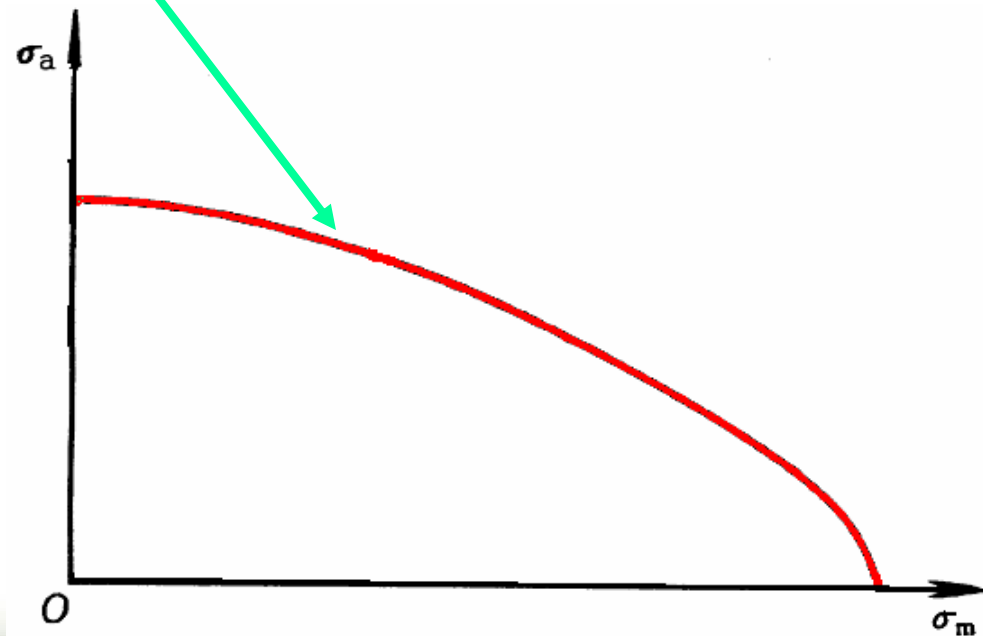
3.2.2 疲劳极限应力图（等寿命疲劳曲线）

横坐标 σ_m 的极限应力

纵坐标 σ_a 的极限应力

r 值不同的等寿命疲劳曲线

$$r = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} = \frac{\sigma_m - \sigma_a}{\sigma_m + \sigma_a}$$





3.2.2 疲劳极限应力图（等寿命疲劳曲线）

(1) 应力图分析

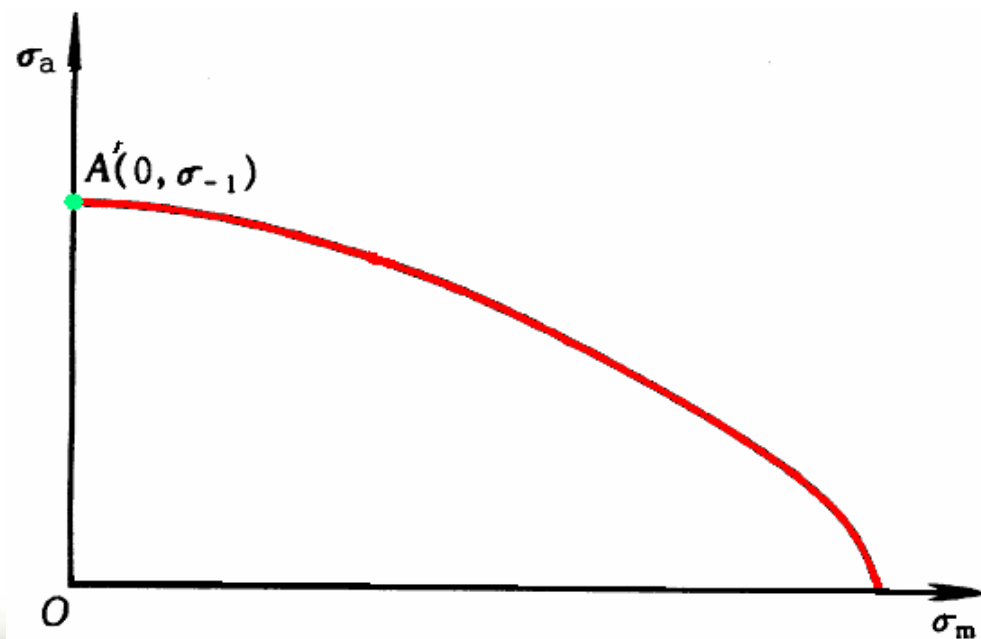
① A'点坐标:

$$r = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} = \frac{\sigma_m - \sigma_a}{\sigma_m + \sigma_a}$$

σ_m 极限为0, $r = -1$

为对称循环疲劳强度的极限

σ_a 极限为 σ_{-1} ,





3.2.2 疲劳极限应力图（等寿命疲劳曲线）

(1) 应力图分析

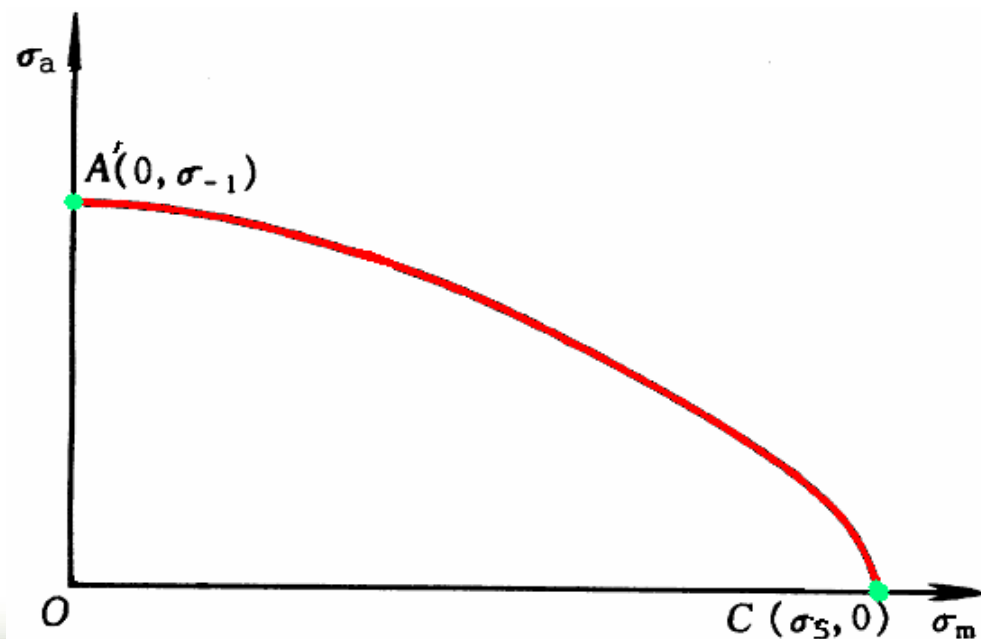
② C点坐标:

$$r = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} = \frac{\sigma_m - \sigma_a}{\sigma_m + \sigma_a}$$

σ_a 极限为0, $r = 1$

为静应力的强度极限

σ_m 极限为 σ_S ,





3.2.2 疲劳极限应力图（等寿命疲劳曲线）

(1) 应力图分析

③ D' 点坐标:

$$r = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} = \frac{\sigma_m - \sigma_a}{\sigma_m + \sigma_a}$$

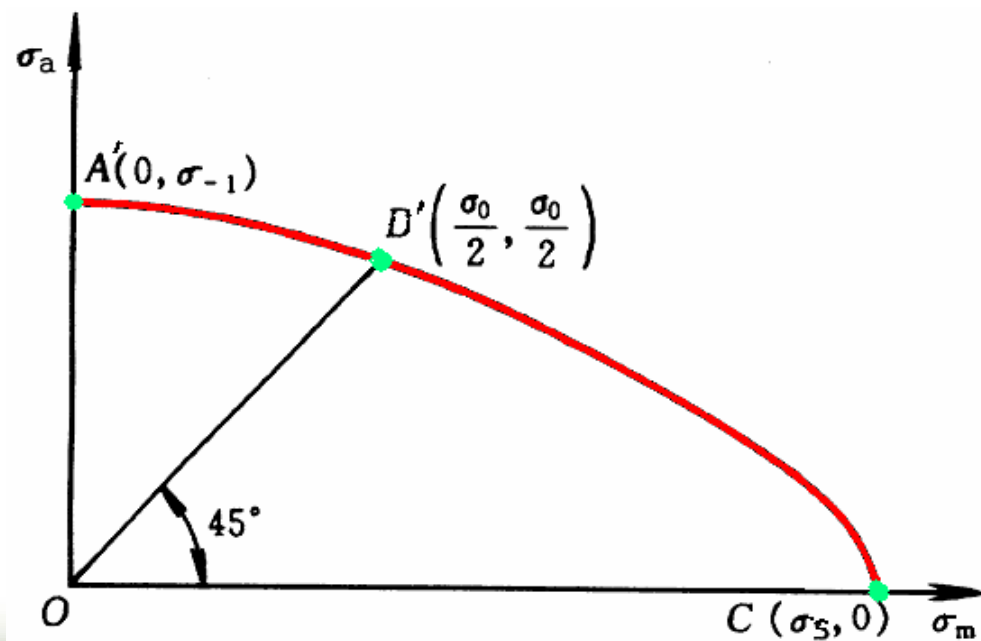
σ_a 极限 = σ_m 极限 $r = 0$

脉动循环疲劳强度的极限

$$\sigma_{\max} = \sigma_m + \sigma_a = \sigma_0$$

σ_m 极限为 $\sigma_0 / 2$

σ_a 极限为 $\sigma_0 / 2$



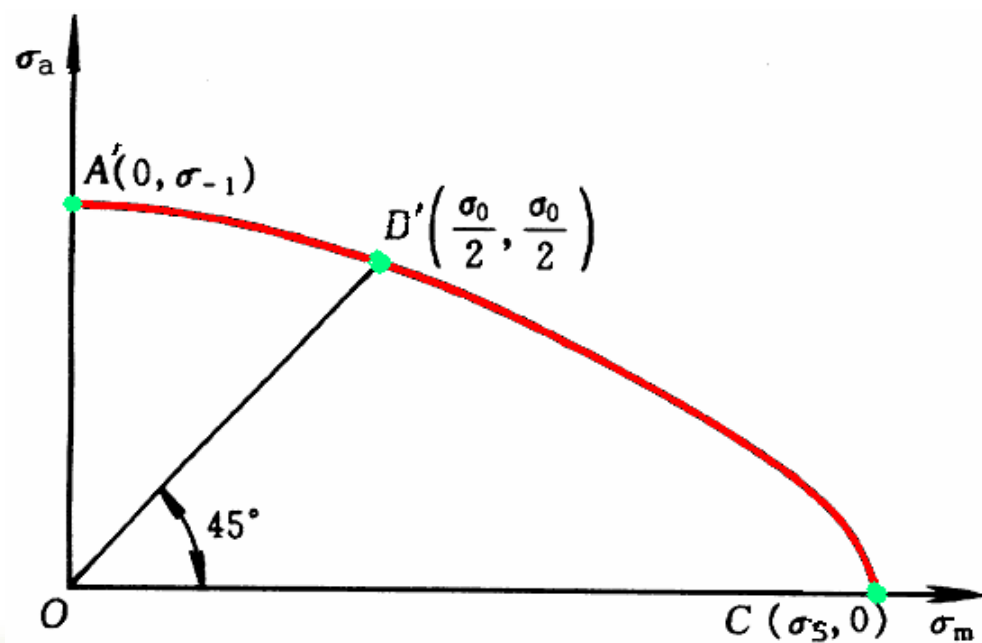


3.2.2 疲劳极限应力图（等寿命疲劳曲线）

（1）应力图分析

小结：材料在不同的循环特征（ r ）下，极限应力不同

问题：不同的循环特征下的极限应力如何计算





3.2.2 疲劳极限应力图（等寿命疲劳曲线）

(2) 应力图简化

连A' D'

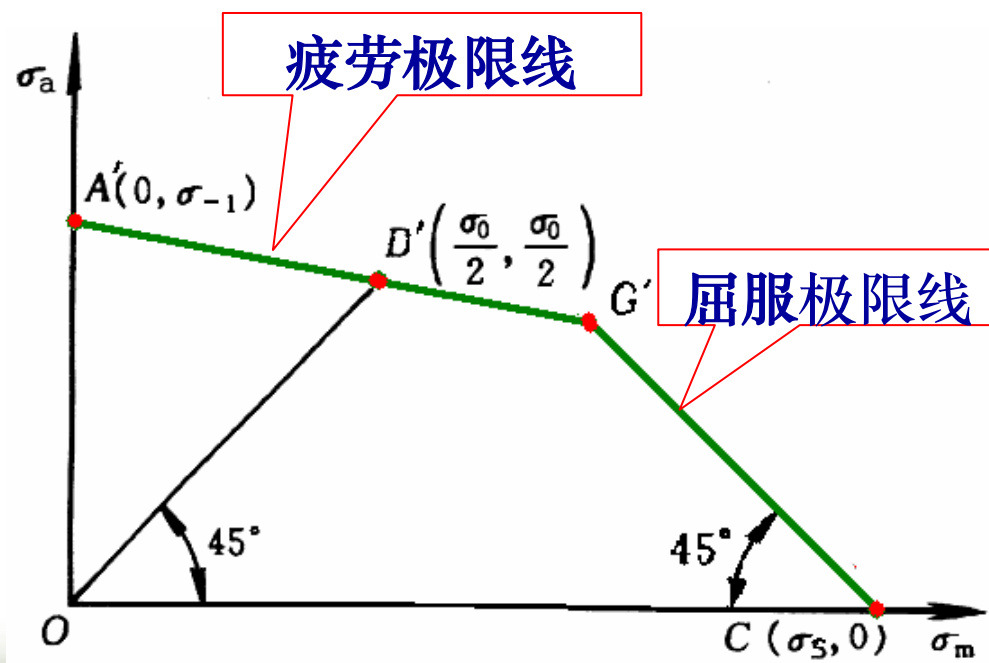
过C点向左上方做
45° 射线

过C点的45° 射
线与A' D' 连线交
于G' 点

以直线代替曲线

1) A' D' G'—疲劳极限线

2) G' C—屈服极限线





3.2.2 疲劳极限应力图（等寿命疲劳曲线）

（2）应力图简化

根据 r 值的不同，分为：

A' OG' 疲劳安全区

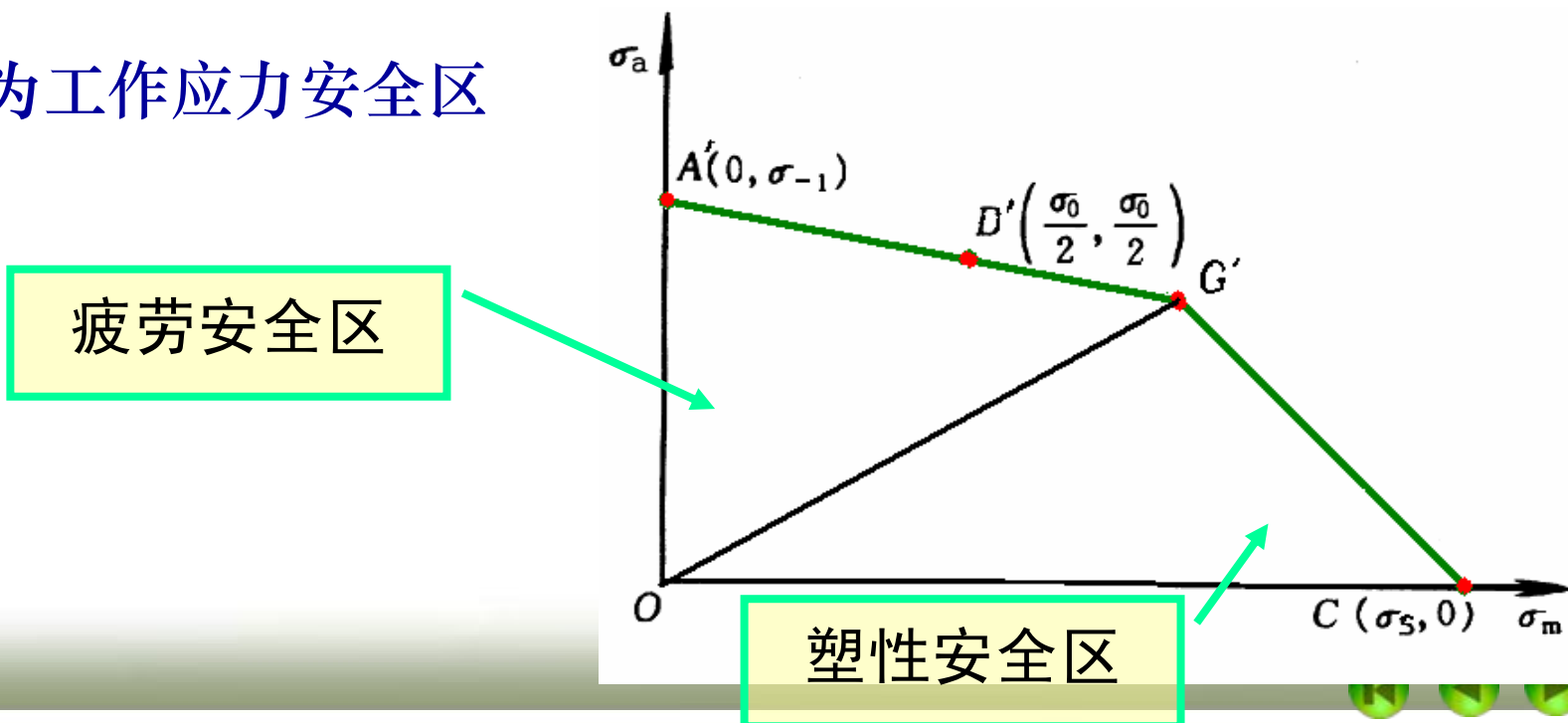
G' OC 塑性安全区

1) A' D' G'—疲劳极限线（疲劳强度）

2) G' C—屈服极限线（静强度）

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_m} = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}} = \frac{1 - r}{1 + r}$$

A' OCG' 为工作应力安全区





3.2.2 疲劳极限应力图（等寿命疲劳曲线）

（2）应力图简化

1) A' D'G'—疲劳极限线（疲劳强度）

2) G'C—屈服极限线（静强度）

3) 由A' G'直线可推得：

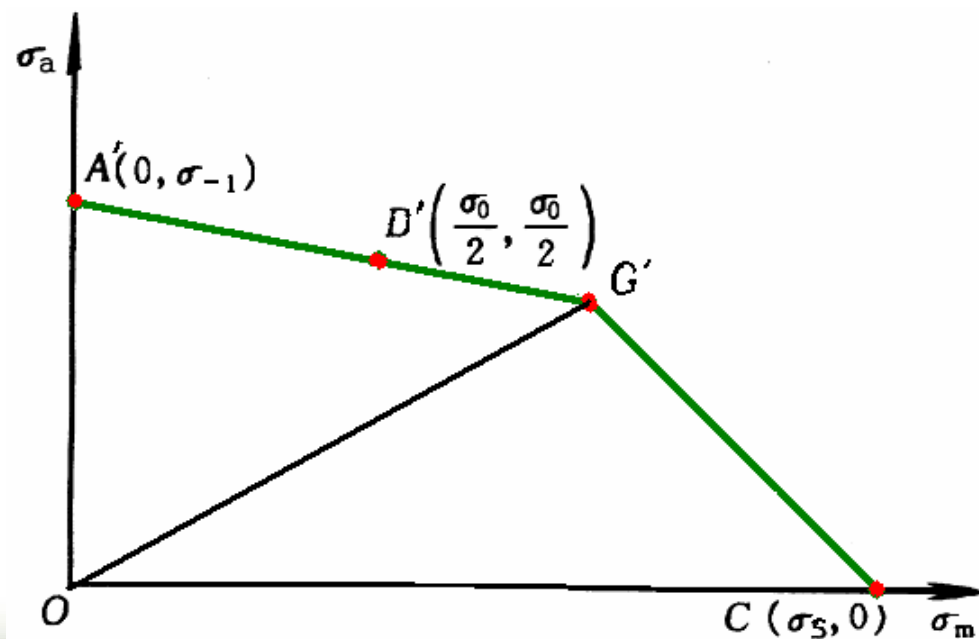
$$\begin{aligned}\sigma_{-1} &= \sigma'_a + \frac{2\sigma_{-1} - \sigma_0}{\sigma_0} \sigma'_m \\ &= \sigma'_a + \psi_\sigma \sigma'_m \\ \psi_\sigma &= \frac{2\sigma_{-1} - \sigma_0}{\sigma_0}\end{aligned}$$

材料常数

可由试验得出

用A' G'直线方程近似为疲劳极限方程

ψ_σ —可理解为把平均应力折算为当量的对称循环应力的折算系数





3.2.3 机械零件的持久极限计算

(1) 影响零件持久极限的因素

- 1) 零件外形的影响--应力集中影响
用有效应力集中系数 $k_{\sigma}(k_{\tau})$ 来度量

零件的持久极限？

在零件截面形状和尺寸突变处，如阶梯轴轴肩圆角、开孔、切槽等处，将出现应力集中现象，即局部应力远远大于一般理论公式计算的数值，

应力集中不仅容易形成初始的疲劳裂纹，而且会促使裂纹的扩展。





3.2.3 机械零件的持久极限计算

(1) 影响零件持久极限的因素

1) 零件外形的影响--应力集中影响
用有效应力集中系数 $k_{\sigma}(k_{\tau})$ 来度量

2) 零件尺寸的影响
用尺寸系数 $\varepsilon_{\sigma}(\varepsilon_{\tau})$ 来度量

零件尺寸对持久极限有明显的影响，疲劳试验结果表明，随试件直径的增加，持久极限将下降。主要因为零件的尺寸越大，所包含的缩孔、裂纹、夹杂物越多，出现裂纹的几率也越大。

随着表面加工质量的提高，零件的持久极限将提高。





3.2.3 机械零件的持久极限计算

(1) 影响零件持久极限的因素

1) 零件外形的影响--应力集中影响

用有效应力集中系数 $k_{\sigma}(k_{\tau})$ 来度量

2) 零件尺寸的影响

用尺寸系数 $\varepsilon_{\sigma}(\varepsilon_{\tau})$ 来度量

3) 零件表面加工质量的影响

用表面质量系数 $\beta_{\sigma}(\beta_{\tau})$ 来度量

疲劳破坏一般起源于零件的表面，粗糙的机械加工，会使零件表面出现深浅不同的刀痕、擦伤等表面缺陷，形成初始微裂纹，引起应力集中，当应力较大时，裂纹首先从这里开始扩展。

随着表面加工质量的提高，零件的持久极限将提高。





3.2.3 机械零件的持久极限计算

(1) 影响零件持久极限的因素

1) 零件外形的影响--应力集中影响

用有效应力集中系数 $k_{\sigma}(k_{\tau})$ 来度量

2) 零件尺寸的影响

用尺寸系数 $\varepsilon_{\sigma}(\varepsilon_{\tau})$ 来度量

3) 零件表面加工质量的影响

用表面质量系数 $\beta_{\sigma}(\beta_{\tau})$ 来度量

4) 零件表面强化

用零件的强化系数 β_q 来度量





3.2.3 机械零件的持久极限计算

(2) 零件的弯曲疲劳持久极限(σ_{-1e})

$$K_{\sigma} = \left(\frac{k_{\sigma}}{\varepsilon_{\sigma}} + \frac{1}{\beta_{\sigma}} - 1 \right) \frac{1}{\beta_q}$$

引入综合影响系数
 K_{σ} ，综合考虑零件

$r=-1$ 时材料的持久极限

表面

$$\sigma_{-1e} = \frac{\sigma_{-1}}{K_{\sigma}} \rightarrow K_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{-1e}} = \frac{\sigma_a}{\sigma_{ae}}$$

加工质量表面强化等因素的影响

$$K_{\sigma} \text{--弯曲疲劳极限的综合影响系数} = \sigma_{\max, r=-1} = \sigma_a + \sigma_m = \sigma_{a, r=-1}$$

K_{τ} --剪切疲劳极限的综合影响系数 (式3-14b)



3.2.4 机械零件的疲劳强度计算

(1) 强度的概念

强度计算的核心内容：

计算安全系数 = $\frac{\text{零件的极限应力}}{\text{零件的最大工作应力}} \geq \text{许用安全系数}$

即： $\frac{\sigma_{\text{lim}}}{\sigma_{\text{max}}} \geq [s]$

承载能力的裕量

或： $\frac{\sigma_{\text{lim}} / [s]}{\sigma_{\text{max}}} = \frac{[\sigma]}{\sigma_{\text{max}}} \geq 1$

比值越大强度越大



3.2.4 机械零件的疲劳强度计算

(2) 单向稳定变应力时的计算

1) 引言

在作机械零件的疲劳强度计算时，首先要求出机械零件危险截面上的最大工作应力 σ_{max} 及最小工作应力 σ_{min} ，据此计算出工作平均应力 σ_m 及工作应力幅 σ_a 。

然后，在极限应力线图的坐标上即可标示出相应于 σ_m 及 σ_a 的一个工作应力点 M （或者点 N ）

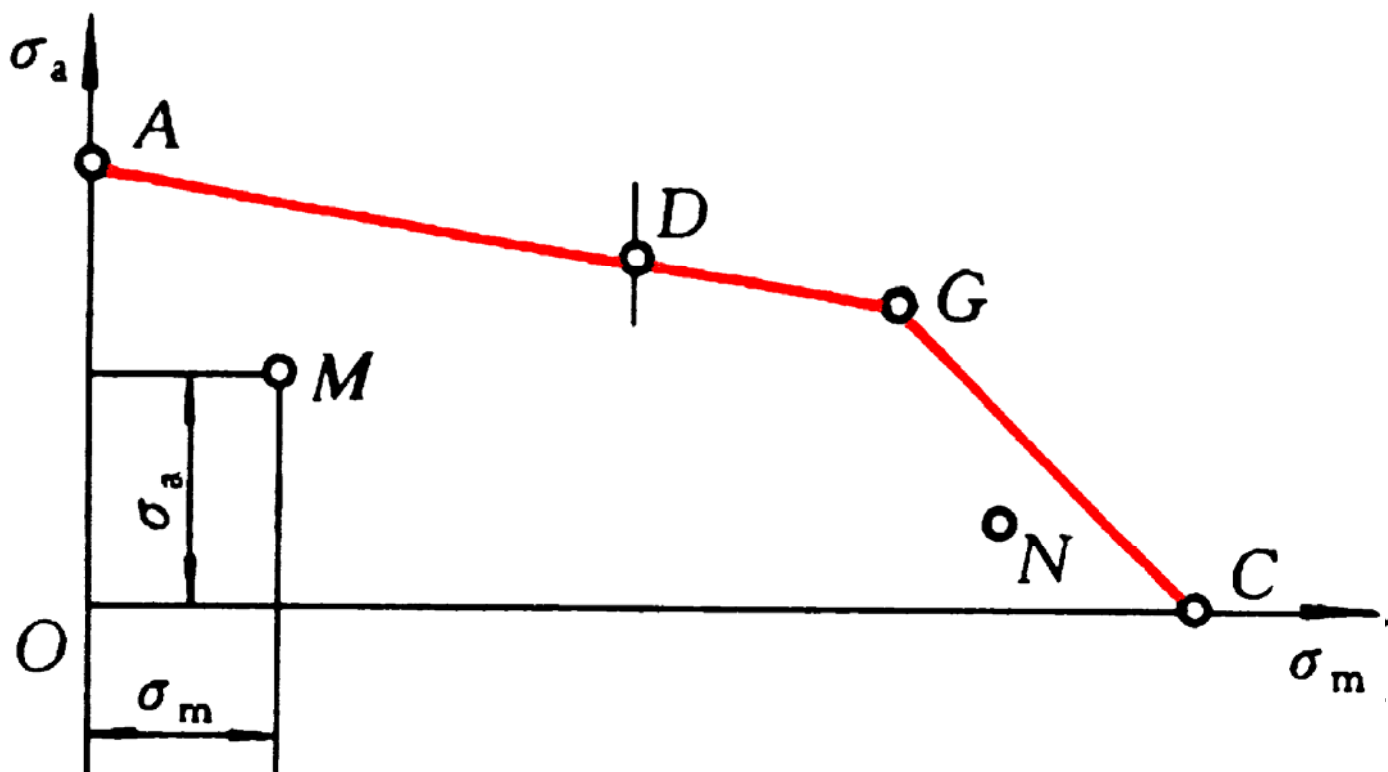


3.2.4 机械零件的疲劳强度计算

(2) 单向稳定变应力时的计算

1) 引言

然后，在极限应力线图的坐标上即可标示出相应于 σ_m 及 σ_a 的一个工作应力点 M （或者点 N ）

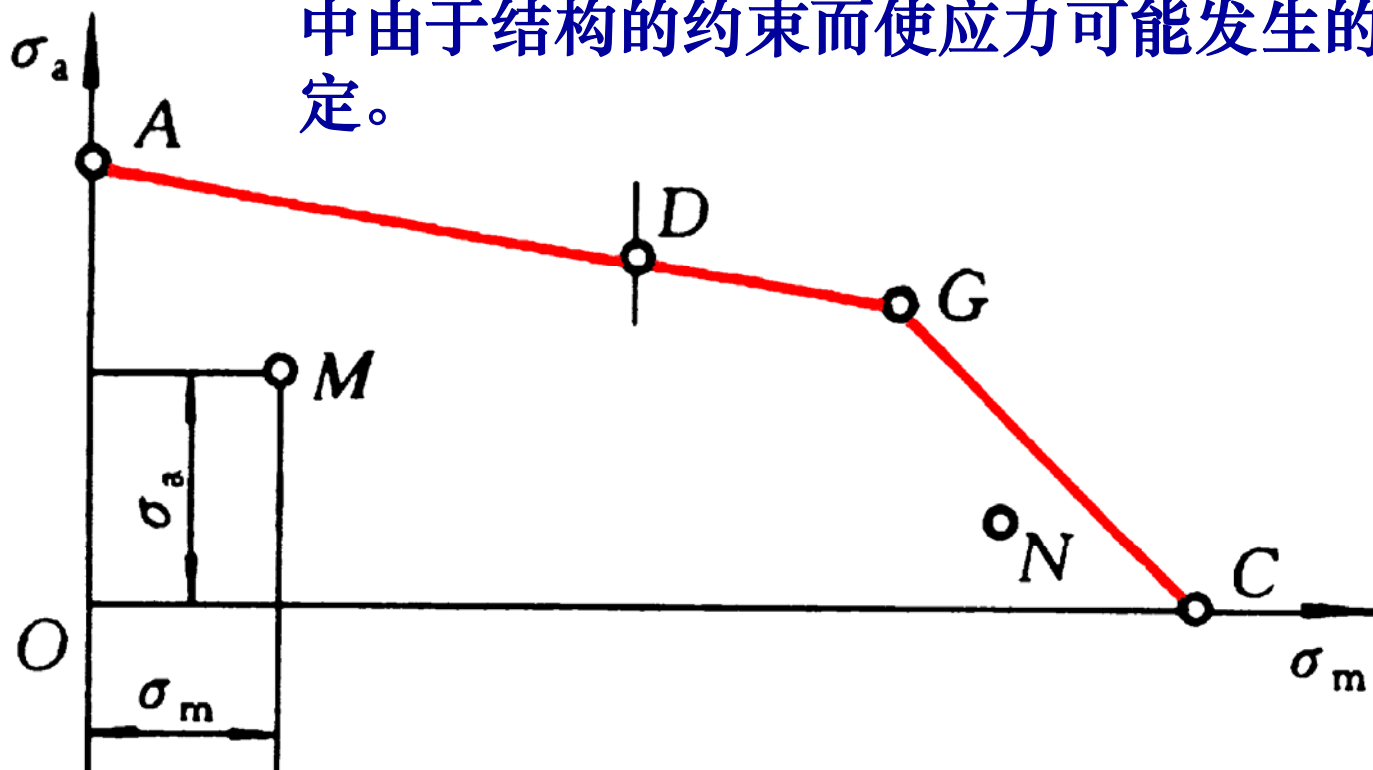


3.2.4 机械零件的疲劳强度计算

(2) 单向稳定变应力时的计算

1) 引言

显然，强度计算时所用的极限应力应是零件的极限应力曲线（AGC）上的某一个点所代表的应力。到底用哪一个点来表示极限应力才算合适，这要根据零件中由于结构的约束而使应力可能发生的变化规律来决定。

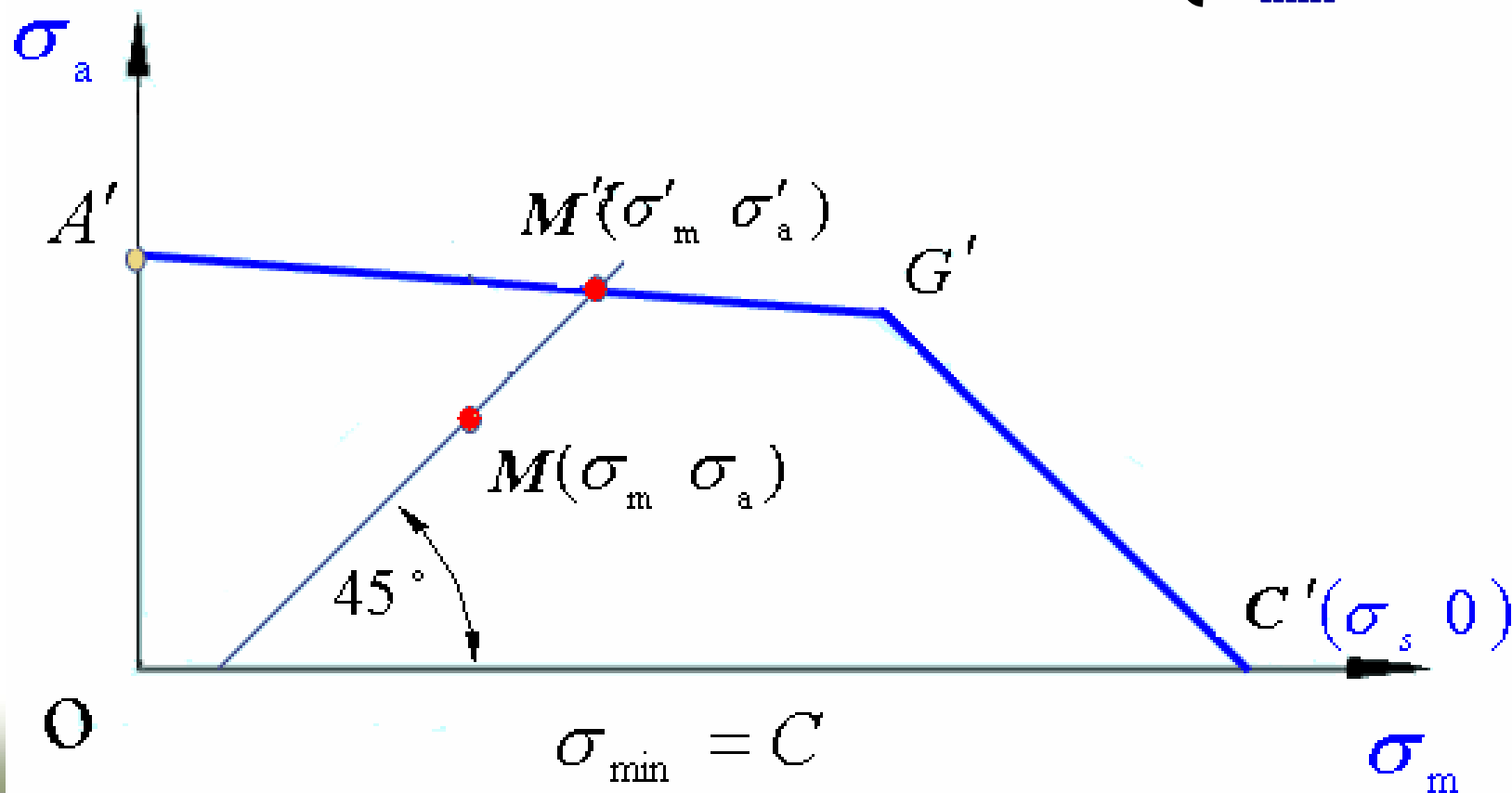


3.2.4 机械零件的疲劳强度计算

(2) 单向稳定变应力时的计算

2) 三种典型应力变化规律对应的极限应力

$$\left\{ \begin{array}{l} r=C \\ \sigma_m = C \\ \sigma_{\min} = C \end{array} \right.$$





3.2.4 机械零件的疲劳强度计算

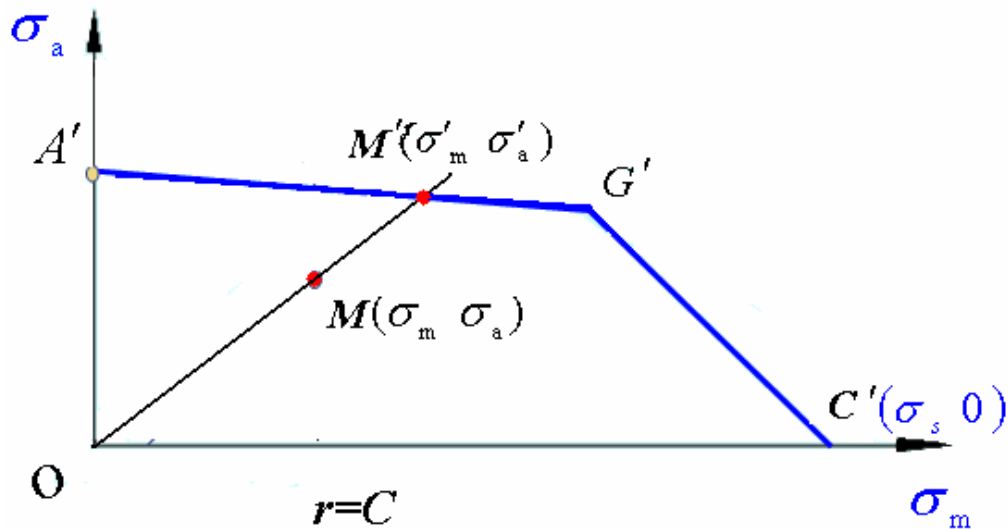
(2) 单向稳定变应力时的计算

3) $r=C$ 时的极限应力计算

如 $r=-1$ 、 $r=0$ 、 $r=1$

联解 OM_1' 、 $A'G'$ 两直线方程：

$$\begin{aligned}\sigma'_{\max} &= \sigma'_{ae} + \sigma'_{me} = \frac{\sigma_{-1}(\sigma_m + \sigma_a)}{K_\sigma \sigma_a + \psi_\sigma \sigma_m} \\ &= \frac{\sigma_{-1} \sigma_{\max}}{K_\sigma \sigma_a + \psi_\sigma \sigma_m}\end{aligned}$$



计算安全系数及强度条件：

$$S_{ca} = \frac{\sigma_{\lim}}{\sigma} = \frac{\sigma'_{\max}}{\sigma_{\max}} = \frac{\sigma_{-1}}{K_\sigma \sigma_a + \psi_\sigma \sigma_m} \geq S$$

---*常作为轴的弯曲疲劳强度条件



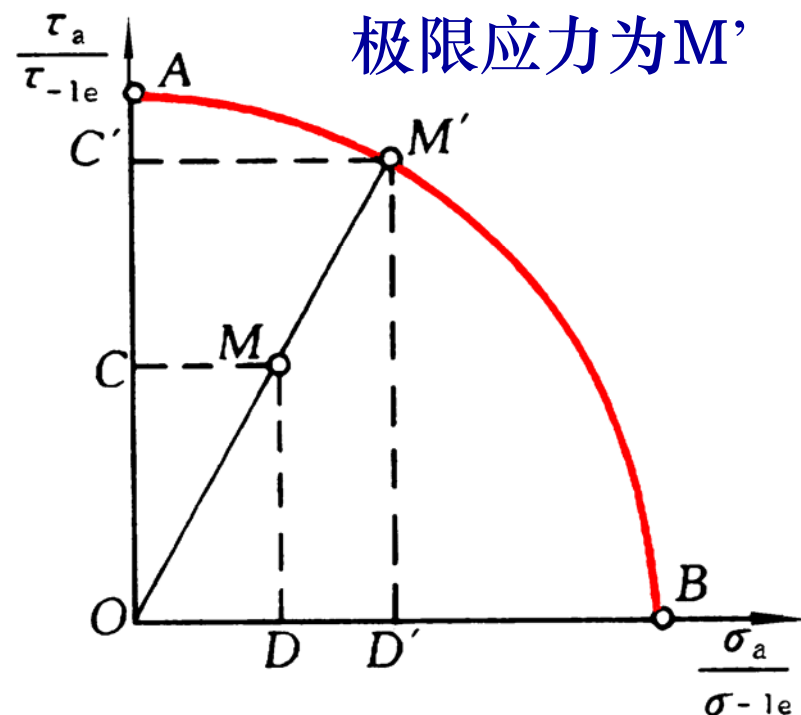


3.2.4 机械零件的疲劳强度计算

(3) 双向稳定变应力时的计算

设M点为某一实际作用的应力

与M点对应的极限应力为M'



应力关系式为：

$$\left(\frac{\tau'_a}{\tau_{-1e}} \right)^2 + \left(\frac{\sigma'_a}{\sigma_{-1e}} \right)^2 = 1$$

M点的计算安全系数：

$$S_{ca} = \frac{OM'}{OM} = \frac{OC'}{OC} = \frac{OD'}{OD}$$

推导可得：

$$S_{ca} = \frac{S_{\sigma} S_{\tau}}{\sqrt{S_{\sigma}^2 + S_{\tau}^2}}$$

零件的极限应力

试验得到的极限应力图

3.2.4 机械零件的疲劳强度计算

(3) 双向稳定变应力时的计算

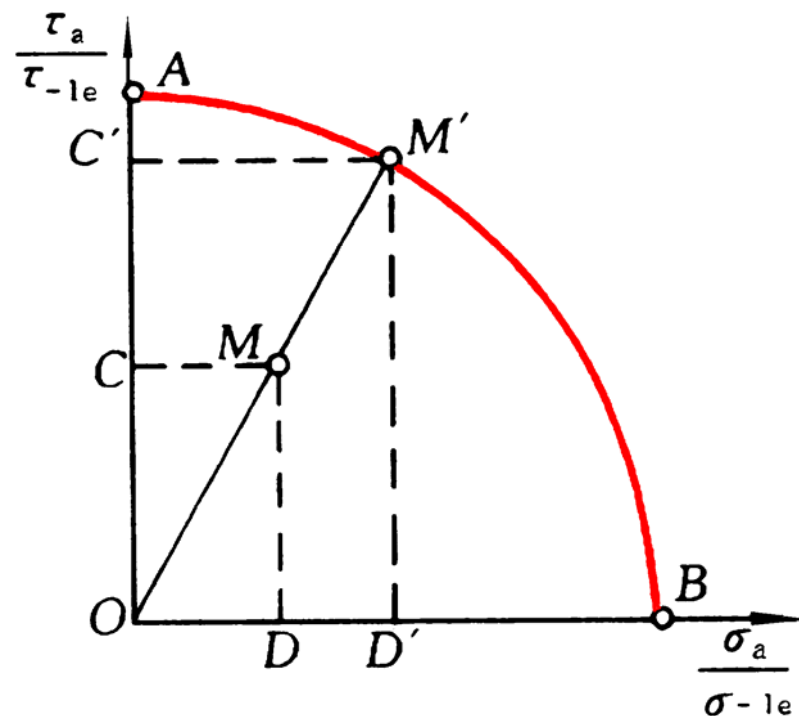
1) 同时作用有对称循环的弯曲、扭转应力

推导可得：

$$S_{ca} = \frac{S_{\sigma} S_{\tau}}{\sqrt{S_{\sigma}^2 + S_{\tau}^2}}$$

$$S_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1e}}{\sigma_a}$$

$$S_{\tau} = \frac{\tau_{-1e}}{\tau_a}$$



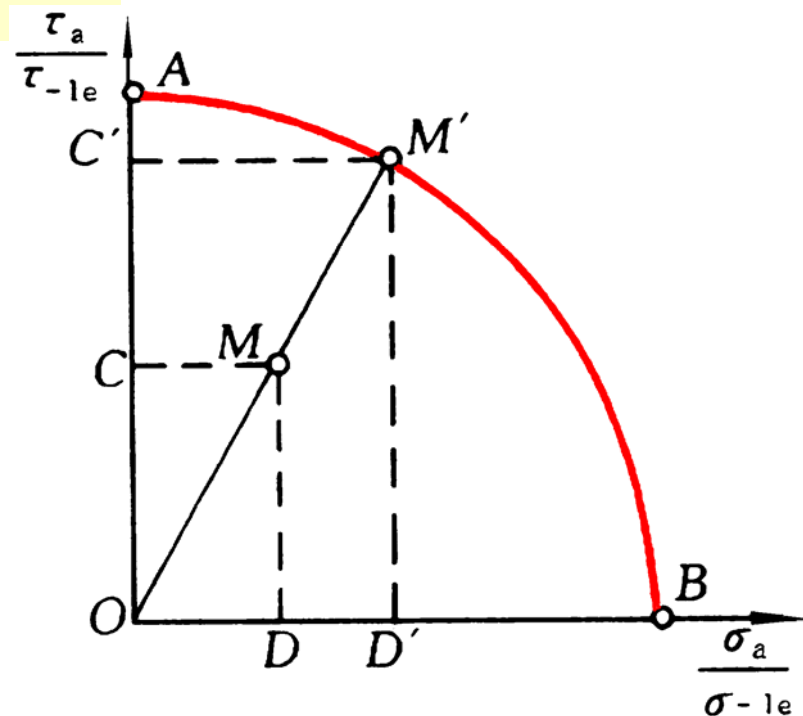
3.2.4 机械零件的疲劳强度计算

(3) 双向稳定变应力时的计算

2) 当同时作用的为非对称循环变应力:

计算安全系数:

$$\left\{ \begin{aligned} S_{ca} &= \frac{S_{\sigma} S_{\tau}}{\sqrt{S_{\sigma}^2 + S_{\tau}^2}} \\ S_{\sigma} &= \frac{\sigma_{-1}}{K_{\sigma} \sigma_a + \psi_{\sigma} \sigma_m} \\ S_{\tau} &= \frac{\tau_{-1}}{K_{\tau} \tau_a + \psi_{\tau} \tau_m} \end{aligned} \right.$$





3.2.4 机械零件的疲劳强度计算

(3) 双向稳定变应力时的计算

2) 当同时作用的为非对称循环变应力:

计算安全系数:

$$\left\{ \begin{array}{l} S_{ca} = \frac{S_{\sigma} S_{\tau}}{\sqrt{S_{\sigma}^2 + S_{\tau}^2}} \\ S_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{K_{\sigma} \sigma_a + \psi_{\sigma} \sigma_m} \\ S_{\tau} = \frac{\tau_{-1}}{K_{\tau} \tau_a + \psi_{\tau} \tau_m} \end{array} \right.$$

综合安全系数

弯曲疲劳安全系数

扭转疲劳安全系数

应用: 转轴的疲劳强度精确校核

P374

