

# 液压泵故障的小波变换诊断方法\*

姜万录 张淑清 王益群

(燕山大学机械工程学院 秦皇岛 066004)

**摘要** 分析了小波变换的时-频局部化特性及基于多分辨分析的信号小波分解重构算法,研究了信号局部奇异性在小波变换下的特性。根据故障信号和噪声的局部奇异性在小波变换下的模极大值在不同尺度上的传播特性不同的特点,并利用小波分解重构算法,对泵壳振动加速度信号进行了分解、去噪和重构。大大改善了监测信号的信噪比,对故障特征信号进行了时域定位、提取了故障特征频率。

**关键词:** 液压泵 故障诊断 小波变换

**中图分类号:** TH137

## 0 前言

液压泵是液压系统的核心,它的好坏将直接影响整个液压系统的正常工作,故对它的状态监测和故障诊断至关重要<sup>[1~3]</sup>。液压泵作为一种回转机械,它的故障特征信号具有明显的周期性,适于频谱分析。故障发生时,它的振动与噪声会表现出异常征兆。通过对壳体振动与噪声进行测量分析,提取与特定故障相关的敏感特征量,即可实现对液压泵故障原因、故障部位和故障程度的诊断。

在液压泵故障监测中,被监测信号伴随着大量噪声,使早期故障特征信号信噪比很低,传统的滤波方法难以实现这种非平稳随机信号的信噪分离。传统的去噪方法等价于信号通过一个低通或带通滤波器,但对于短时低能量突变瞬态信号,如阶跃信号和脉冲信号,在低信噪比情况下,经过滤波器的平滑,不仅信噪比得不到较大改善,而且信号的位置信息也被模糊掉了。

采用依据小波变换为理论基础的小波去噪方法,在改善信噪比的同时,保持了相当高的时间分辨率。故障特征信号的奇异性代表了故障的存在,故障特征信号的突变点在小波变换下模极大值随尺度的增加而增大;而噪声的模极大值只占据细微尺度,随尺度增加而迅速衰减。利用该原理,首先对泵的监测信号进行二进小波分解,求出各个尺度上的模极大值,并对噪声的模极大值进行平滑,最后对监测信号进行重构。这样,故障特征信号就被突现出来,故障点的定位更为准确,并能提取特定的故障频率,

给故障分析带来了方便。

## 1 小波变换及其局部化特征

若时间函数  $\Psi(t)$  满足

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Psi(t) dt = 0 \text{ (波动性)}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\Psi(t)|^2 dt < \infty \text{ (衰减性)}$$

则称  $\Psi(t)$  为母小波,将母小波  $\Psi(t)$  经伸缩和平移后就得到一个连续小波序列

$$\Psi_{a,b}(t) = |a|^{-1/2} \Psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad a, b \in R, a \neq 0$$

式中  $a$ ——伸缩因子(尺度)

$b$ ——平移因子

对于任意信号  $f(t) \in L^2(R)$  的连续小波变换为

$$W_f(a, b) = |a|^{-1/2} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \bar{\Psi}\left(\frac{t-b}{a}\right) dt \quad (1)$$

若母小波  $\Psi(t)$  的傅里叶变换为  $\hat{\Psi}(\omega)$ , 分别定义小波函数的时窗中心  $t_{\Psi}^*$ , 频窗中心频  $\omega_{\Psi}^*$ ; 时窗半径  $\Delta_{\Psi}$ , 频窗半径  $\Delta_{\Psi}$  如下

$$t_{\Psi}^* = \int_{-\infty}^{\infty} t |\Psi(t)|^2 dt / \|\Psi\|_2^2$$

$$\omega_{\Psi}^* = \int_{-\infty}^{\infty} \omega |\hat{\Psi}(\omega)|^2 d\omega / \|\hat{\Psi}\|_2^2$$

$$\Delta_{\Psi} = \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} (t - t_{\Psi}^*)^2 |\Psi(t)|^2 dt \right\}^{1/2} / \|\Psi\|_2$$

$$\Delta_{\Psi} = \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} (\omega - \omega_{\Psi}^*)^2 |\hat{\Psi}(\omega)|^2 d\omega \right\}^{1/2} / \|\hat{\Psi}\|_2$$

那么,式(1)给出了信号  $f(t)$  在一个时间窗  $[b + at_{\Psi}^* - |a|\Delta_{\Psi}, b + at_{\Psi}^* + |a|\Delta_{\Psi}]$  和频率窗  $[\omega_{\Psi}^*/a - \Delta_{\Psi}/|a|, \omega_{\Psi}^*/a + \Delta_{\Psi}/|a|]$  的局部化信息。时间窗宽度为  $2|a|\Delta_{\Psi}$ , 频率窗的宽度为  $2\Delta_{\Psi}/|a|$

\* 国家自然科学基金资助项目(69872031)。教育部高等学校骨干教师资助计划资助项目。选自 2000 年第一届国际机械工程学术会议,20010316 收到修改稿

、 $\alpha$ 。

窗口宽度随尺度  $a$  的变化而变化,当  $a$  增大时,时窗宽度变大,即时间分辨率降低;频窗宽度减小,即频率分辨率提高。反之,尺度  $a$  减小时,时间分辨率提高,频率分辨率降低。小波变换对于不同的频率分量具有不同的时间分辨的这种局部化特性,使它特别适合于非平稳信号的分析 and 处理。

在实际应用中,为了数值计算方便,常把尺度  $a$ 、平移因子  $b$  以二进制形式离散化。取  $a=2^j (j \in \mathbb{Z})$ ,  $b=2^k (k \in \mathbb{Z})$ , 则二进离散小波序列为  $\Psi_{j,k}(t) = 2^{-j/2} \Psi(2^{-j}t - k)$ 。其二进离散小波变换,即小波系数为

$$c_{j,k} = 2^{-j/2} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \overline{\Psi}(2^{-j}t - k) dt$$

如果小波序列  $\Psi_{j,k}(t)$  构成  $L^2(R)$  上的完全规范正交基,则  $\Psi_{j,k}(t)$  为正交小波,信号  $f(t)$  可以由它的小波系数完全恢复

$$f(t) = \sum_{j,k \in \mathbb{Z}} c_{j,k} \Psi_{j,k}(t)$$

依据多分辨率的思想<sup>[4]</sup>,对信号  $f(t)$  存在下面的递推分解公式

$$A_{j-1}f(t) = A_j f(t) + D_j f(t)$$

$$A_j f(t) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} c_{j,k} \phi_{j,k}(t)$$

$$D_j f(t) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} d_{j,k} \Psi_{j,k}(t)$$

$$c_{j,n} = \sum_{m \in \mathbb{Z}} \bar{h}_{m-2n} c_{j-1,m}$$

$$d_{j,n} = \sum_{m \in \mathbb{Z}} \bar{g}_{m-2n} c_{j-1,m}$$

$$g_n = (-1)^{n-1} \bar{h}_{1-n}$$

$$\sum_{l \in \mathbb{Z}} c_{j-1,l} \phi_{j-1,l} = \sum_{k \in \mathbb{Z}} c_{j,k} \phi_{j,k}(t) + \sum_{k \in \mathbb{Z}} d_{j,k} \Psi_{j,k}(t)$$

其中  $A_j f(t)$  为  $f(t) \in L^2(R)$  在尺度  $2^j$  上的低频逼近,  $D_j f(t)$  为  $f(t) \in L^2(R)$  在尺度  $2^j$  上的高频细节。系数列  $\{h_n; n \in \mathbb{Z}\}$  是对应于尺度函数  $\phi(t)$  的低通滤波器系数;  $\{g_n; n \in \mathbb{Z}\}$  是对应于小波函数  $\Psi(t)$  的高通滤波器系数,二者组成正交共轭滤波器组。

信号的离散递推重建算法为

$$c_{j-1,m} = \sum_{n \in \mathbb{Z}} (h_{m-2n} c_{j,n} + g_{m-2n} d_{j,n})$$

## 2 奇异信号在小波变换下的特征

信号中的奇异点即不规则的突变部分经常带有比较重要的信息,函数局部性规律以奇异指数 (Lipschitz 指数) 来度量。在故障诊断中,故障通常表现为输出信号发生突变,因而对突变点的检测有

着非常重要的意义。振动信号作为一种非平稳信号,其有效信号和噪声具有不同的奇异性。小波变换的特点是把函数的局部性规律特征化出来,故障特征信号、系统运行信号和噪声其二进小波变换模的极大值在不同尺度下的传播特性不同。

定义 1 函数  $f(t) \in L^2(R)$  在点  $t_0$  的 Lipschitz 指数  $\alpha$  是指对  $t_0$  的某领域中的任意  $t$  有

$$|f(t) - f(t_0)| \leq K |t - t_0|^\alpha$$

式中  $K$ ——常数

Lipschitz 指数  $\alpha$  的大小反映了该点奇异性 (或正则性) 的大小。 $\alpha$  值越大,函数在该点越光滑;反之,则表明函数在该点变化越剧烈。如果  $f(t)$  在某点可导,其 Lipschitz 指数  $\alpha$  为 1。如果  $f(t)$  在某点不连续但有限,则  $0 \leq \alpha \leq 1$ 。脉冲函数具有负的奇异性指数。白噪声是一个几乎处处奇异的随机分布,且具有负的奇异性指数。

某点的 Lipschitz 指数  $\alpha$  值可由该点的小波变换模极大值求得。在小波变换中,局部奇异性定义<sup>[5,6]</sup>为

定义 2 设  $f(t) \in L^2(R)$ , 若  $f(t)$  对  $\forall t \in \delta t_0$ , 母小波  $\Psi(t)$  满足实且连续可微,并具有  $n$  阶消失矩 ( $n$  为正整数), 则有

$$|W_f(s, t)| \leq K s^\alpha \quad (2)$$

式中  $K$ ——常数

$\alpha$ —— $t_0$  点的 Lipschitz 指数

在二进尺度上,对式 (2) 两边取对数得

$$\log_2 |W_f(2^j, t)| \leq \log_2 K + \alpha_j$$

可见,由于有效信号的 Lipschitz 指数大于零,其小波变换的模极大值随尺度的增大而增大。白噪声的 Lipschitz 指数为负值,其对应的小波变换的模极大值随尺度的增大而减小。从而可以通过观察在不同的二进尺度  $2^j$  之间模极大值的变化行为来区分模极大值是由噪声还是由有效信号引起的,并可从中提取故障特征信号。利用这一特性可将信号和噪声分开,达到去噪的目的。

## 3 液压泵振动信号的小波去噪

某轴向柱塞泵,柱塞数为 9, 转轴频率为 1480/60 = 24.67 Hz, 输油频率为 444 Hz, 试验时模拟一松靴故障, 监测其泵壳振动加速度信号, 采样频率为 10 kHz, 截取监测结果中时间长度 250 ms 的一段进行分析 (图 1 中的  $s$ ), 数据点数为 2500 点。由于噪声的影响, 信噪比很低, 现利用小波变换对其进行去噪。

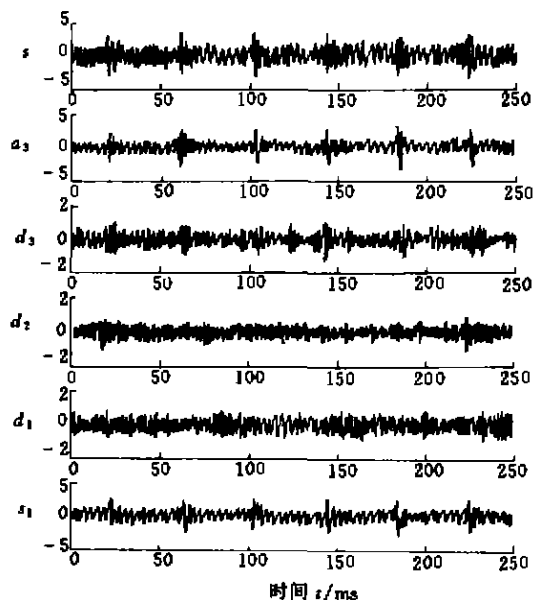


图1 泵壳振动信号的分解与去噪

噪声的消除按以下步骤进行:

(1)分解。选择小波和小波分解的层次,计算信号  $s$  从第1层到第  $N$  层的小波分解;

(2)去噪。对于从第1层到第  $N$  层的每一层高频细节,选择一个阈值,并且对高频细节用阈值进行平滑处理。

(3)重构。根据第  $N$  层的低频逼近和从第1层到第  $N$  层的经过平滑的高频细节,计算出信号的小波重构。

用5阶消失矩、支撑长度为9的 Daubechies 小波<sup>[7]</sup>对其进行分解,分解层数为3,如图1所示。图中  $s$  为被分析信号,  $d_1$ 、 $d_2$ 、 $d_3$  分别为第1层、第2层、第3层的高频细节,  $a_3$  为第3层的低频逼近。对  $d_1$ 、 $d_2$ 、 $d_3$  分别进行基于 Stein 的无偏似然估计的阈值处理,然后对信号进行重构,  $s_1$  为重构信号。由于分析频率的上限为5 kHz(Nyquist 频率),故  $a_3$  位于0~625 Hz的频带;  $d_3$  位于625~1 250 Hz的频带;  $d_2$  位于1 250~2 500 Hz的频带;  $d_1$  位于2 500~5 000 Hz的频带。由于松靴故障特征频率等于转轴频率,故对  $d_1$ 、 $d_2$ 、 $d_3$  进行阈值去噪,去噪频带为625~5 000 Hz,故障特征信号的高次谐波信息稍有损失,对故障特征主要信息及系统运行信息(输油频率)影响不大。

#### 4 泵故障的奇异性检测及频率提取

为了对故障信号的突变点进行定位,并提取故障特征频率,下面对消噪后的信号  $s_1$  进行分解,分解层次为10层,分解的小波函数仍采样 Daubechies

5级小波。图2为分解结果,其中各层高频细节( $d_1 \sim d_{10}$ )及第10层的低频逼近  $a_{10}$  对应的频带如表1所示。

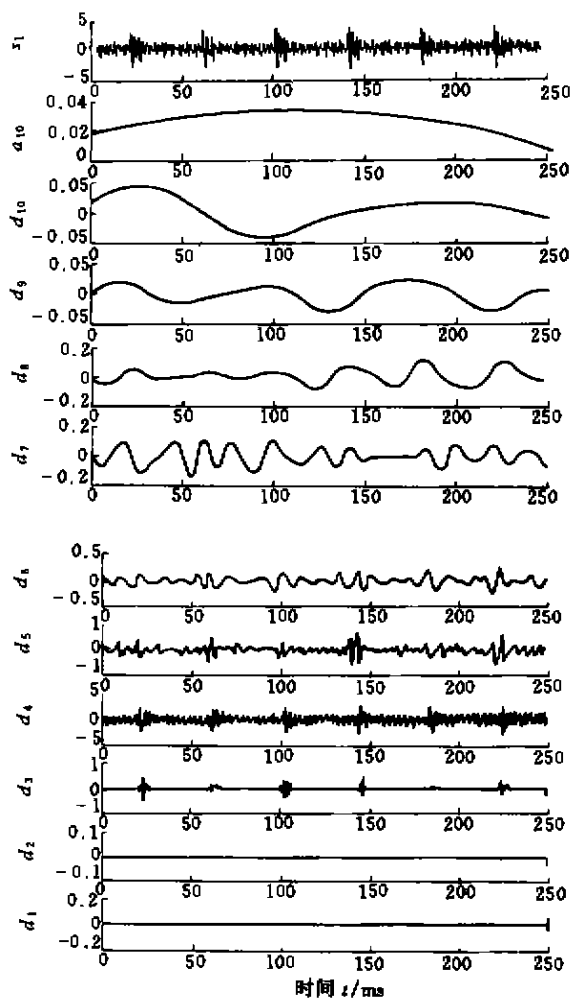


图2 泵壳振动信号的奇异性检测与频率提取

表1 分解系数对应的频带

系数	频带 $f/\text{Hz}$	系数	频带 $f/\text{Hz}$
$d_1$	2 500~5 000	$d_7$	39.06~78.13
$d_2$	1 250~2 500	$d_8$	19.53~39.06
$d_3$	625~1 250	$d_9$	9.77~19.53
$d_4$	312.5~625	$d_{10}$	4.88~9.77
$d_5$	156.25~312.5	$a_{10}$	0~4.88
$d_6$	78.13~156.25		

一般情况下,信号的突变部分包含丰富的高频信息,在对信号的小波分解中,第一层和第二层的高频细节  $d_1$ 、 $d_2$  将信号的不连续点显现的相当明显。但由于  $s_1$  是阈值去噪后的信号,去噪频带为625~5 000 Hz,故障突变信号的高次谐波信息已经损失,故突变的奇异性只在第三层的高频细节  $d_3$  中才有所体现。由此可见信号不连续点的时域定位非常准确。

因为在小波分解下,不同的尺度具有不同的时间和频率分辨率,因而小波分解能将信号的不同频率成分分开。 $d_8$ 中明显地提取了故障特征频率24.67 Hz,而 $d_4$ 中明显地提取了系统运行信息即输油频率444 Hz。

## 5 结论

(1)通过合理地选取小波分解层次,在低层次上对高频细节进行阈值去噪,一方面可以提高信噪比,另一方面不损失故障特征信息和系统运行信息(或损失较少)。如果故障特征信息和系统运行信息频率较低,可适当增加分解的层次,以便更有效地去除噪声。

(2)信号的突变部分包含丰富的高频信息,在该信号的小波分解中,潜层次(第1层至第3层)的高频细节将信号的不连续点显现的相当清晰,对信号不连续点的时域定位非常准确。

(3)在小波分解下,不同的尺度具有不同的时间和频率分辨率,因而小波分解能将信号的不同频率成分分开,依此可以提取某一特定的频率成分。

(4)液压泵故障信息具有明显的周期性特点,在故障发生的早期,由于信噪比很低,非常适合利用小波变换进行去噪、分析和诊断。

## 参 考 文 献

- 1 Jiang Wanlu, Wang Yiqun, Zhang Shuqing. Chaos theory method for fault diagnosis of hydraulic pump. In: Proceedings of the 3rd International Symposium on Fluid Power Transmission and Control (ISFP'99), Beijing: International Academic Publishers, 1999: 215~220
- 2 姜万录,王益群.混沌振子在液压泵故障诊断中的应用.机床与液压,1999,(5): 52~53
- 3 麻健,权龙,陆世鑫.倒频谱在液压泵故障诊断中的应用.机床与液压,1998,(2): 55~56
- 4 Mallat S. Multiresolution approximations and wavelet

orthogonal bases of  $L^2(R)$ . Trans of American Mathematical Society, 1989, 315(1): 69~87

- 5 Mallat S, Hwang W L. Singularity detection and processing with wavelet. IEEE Trans on Information Theory, 1992, 38(2): 617~643
- 6 Mallat S, Zhang S. Characterization of signals from multiscale edges. IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1992, 14(7): 710~732
- 7 Daubechies I. Orthogonal bases of compactly supported wavelets. Communication on Pure and Applied Mathematics. 1988, 41: 909~996

## WAVELET TRANSFORM METHOD FOR FAULT DIAGNOSIS OF HYDRAULIC PUMP

Jiang Wanlu Zhang Shuqing Wang Yiqun  
(Yanshan University)

**Abstract** The time-frequency localization features of the wavelet transform and the signal wavelet decomposition-reconstruction algorithm based on the multi-resolution analysis are analyzed. The signal local singularities under the wavelet transform are studied. According to the propagation features of modulus maximums of the fault signal and the noise under the wavelet transform different on the scales, and by use of the signal wavelet decomposition-reconstruction algorithm, the pump shell vibration acceleration signal is decomposed, denoised, and reconstructed. The signal-to-noise of the monitored signal improved greatly. The fault characteristic signal on time domain is positioned. The fault characteristic frequency is picked up.

**Key words:** Hydraulic pump Fault diagnosis

Wavelet transform

**作者简介** 姜万录,男,1964年出生,燕山大学机械工程学院教授,工学博士,中国计量测试学会会员。主要研究领域为检测技术、控制理论、信息处理。分获霍英东青年教师基金资助及教育部高等学校骨干教师资助计划资助。发表论文40余篇,编著教材3部,获国家科技进步二等奖1项,省科技进步二等奖1项。