

# 四辊轧机轧辊弹性变形解析模块的开发

徐建忠<sup>1</sup>, 张凤琴<sup>1</sup>, 龚殿尧<sup>1</sup>, 刘相华<sup>1</sup>, 王国栋<sup>1</sup>, 何晓明<sup>2</sup>, 巴力颖<sup>2</sup>, 黄传清<sup>2</sup>

(1. 东北大学轧制技术及连轧自动化国家重点实验室, 辽宁 沈阳 110004;

2. 宝山钢铁股份有限公司热轧部, 上海 201900)

**摘要:** 采用影响函数方法开发了四辊轧机轧辊弹性变形解析模块, 完善了辊间压扁和工作辊压扁影响函数计算模型, 克服了轧辊压扁影响函数计算过程浮点数被零除的缺陷, 提出了平滑指数和收敛指标取值的处理方法, 有效地解决了四辊轧机辊系弹性变形计算精度及收敛问题。该模块适应于普通四辊轧机、PC 轧机和 CVC 轧机轧辊弹性变形计算, 为热轧带钢板形控制提供了解析工具。

**关键词:** 影响函数法; 四辊轧机; 热轧带钢; 弹性变形

**中图分类号:** TG333.71; TG333.17; TG113.252 **文献标识码:** A **文章编号:** 1003-9996(2003)02-0008-04

## Development of calculation module of rolls elasticity deformation in 4-h mill

XU Jian-zhong<sup>1</sup>, ZHANG Feng-qin<sup>1</sup>, GONG Dian-yao<sup>1</sup>, LIU Xiang-hua<sup>1</sup>,  
WANG Guo-dong<sup>1</sup>, HE Xiao-ming<sup>2</sup>, BA Li-ying<sup>2</sup>, HUANG Chuan-qing<sup>2</sup>

(1. The State Key Lab. of Rolling & Automation of Northeastern University, Shenyang 110004, China;

2. Baoshan Iron & Steel Co., Ltd., Shanghai 201900, China)

**Abstract:** The calculation module of rolls elasticity deformation in 4-h mill was developed by influence function method. The calculation model of influence function of rolls flattening was improved. The disadvantage of division by zero was overcome in floating-point calculation. The treating methods of smoothed exponential and convergence index were introduced. The problem of calculation precision and convergence was solved. The module was applicable for calculating rolls elasticity deformation in conventional 4-h mill, PC mill and CVC mill. It would be a useful tool in shape and flat control in hot strip rolling.

**Key words:** influence function method; 4-h mill; hot strip rolling; elasticity deformation

## 1 前言

近年来, 国内外带钢生产厂家纷纷采用 CVC、PC 和液压弯辊等板形控制技术, 以提高带钢产品质量。随着 AGC 系统的完善和广泛应用, 带钢厚度精度不断提高, 相比之下, 带钢板形问题日益突出。

20 世纪 60 年代, M.D.Stone 采用基础梁理论对液压弯辊进行实用研究, 使板形问题取得重大突破, 随后各国科研工作者相继展开研究<sup>[1-3]</sup>, 使其取得长足进展。目前, 许多重要

的板形理论问题和工程实际问题均采用影响函数法处理, 但是, 轧辊弹性压扁的理论计算模型尚需完善, 收敛性问题依然存在。因此, 开发四辊轧机轧辊弹性变形解析工具, 解决带钢生产中的板形质量问题具有重要理论研究意义和实际应用价值。

## 2 四辊轧机辊系变形模块的简化

### 2.1 PC 轧机和 CVC 轧机的技术原理

四辊带钢轧机主要有普通四辊轧机、PC 轧机和 CVC 轧机 3 种类型。PC 轧机通过调整交叉

收稿日期: 2002-08-27

作者简介: 徐建忠 (1964-), 男 (汉族), 黑龙江双城人, 副教授, 主要从事刚塑性有限元理论与应用及板形理论与实践研究工作, 获国家冶金局、省、市科技进步奖 7 项。

角改变辊缝形状<sup>[4,5]</sup>,使得距离轧辊中心越远的地方辊缝越大,其板凸度控制能力与带正凸度的普通工作辊相同。CVC 轧机通过轧辊横移方式调整辊缝形状<sup>[6]</sup>,获得连续可变凸度,其板凸度控制能力与不同凸度的普通工作辊相同。

2.2 四辊轧机辊系受力及变形特点

普通四辊轧机和 PC 轧机,其辊系受力和变形以轧机中心线呈左右对称。对于 CVC 轧机,由于工作辊可沿横向移动,因而上下辊系不是以轧机中心线左右对称,其受力和变形及轧件轧后的断面形状均以 O 点为中心,呈点对称状态,如图 1 所示。从轧件厚度的角度来看,轧后轧件断面、轧制力和张应力的分布仍以轧机中心线为左右对称。

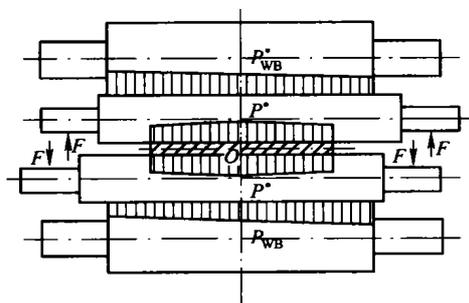


图 1 CVC 轧机受力和变形的 O 点对称性  
F - 弯辊力; P\* - 单位宽轧制力; PWB - 辊间接触力

2.3 四辊轧机辊系变形模块的简化

通过上述分析可知,研究四辊轧机上部辊系的变形,就可以确定整个轧件的形状及轧制力和辊间压力的分布。

3 离散化

轧件和轧辊单元采用 2 种编号方法,如图 2 所示。第 1 种方法是沿支撑辊全身自左向右排列,共分  $J_{WB}$  个单元,用于整个辊系辊间压力和变形的分析。第 2 种方法由轧制中线向左右两端排列,  $J_{WBL}$  和  $J_{WBR}$  分别为轧制中线左右两侧轧辊接触单元个数,用于悬臂梁的变形及单位宽度轧

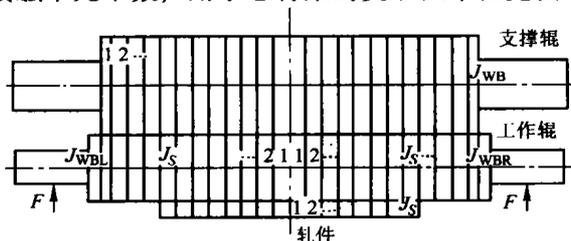


图 2 单元划分及序号编排

制力、断面厚度等对称量的研究。轧辊的弹性变形采用浮动坐标,坐标原点在轧制中线上。

按上述方法将工作辊和支撑辊上的作用力和变形进行离散化,即将作用于上述各单元的分布载荷以集中力代表。

3.1 轧制力和辊间力离散

$$\begin{cases} P_L = [P_L(1) P_L(2) \dots P_L(J_S)] \\ P_R = [P_R(1) P_R(2) \dots P_R(J_S)] \\ P = [P_R(J_S) \dots P_R(1) \quad P_L(1) \dots P_L(J_S)] \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} Q_L = [Q_L(1) Q_L(2) \dots Q_L(J_{WBL})] \\ Q_R = [Q_R(1) Q_R(2) \dots Q_R(J_{WBR})] \\ Q = [Q_L(J_{WBL}) \dots Q_L(1) \quad Q_R(1) \dots Q_R(J_{WBR})] \end{cases} \quad (2)$$

3.2 工作辊和支撑辊挠度的离散

$$\begin{cases} Y_{WL} = [Y_{WL}(1) Y_{WL}(2) \dots Y_{WL}(J_{WBL})] \\ Y_{WR} = [Y_{WR}(1) Y_{WR}(2) \dots Y_{WR}(J_{WBR})] \\ Y_W = [Y_{WL}(J_{WBL}) \dots Y_{WL}(1) Y_{WR}(1) \dots Y_{WR}(J_{WBR})] \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} Y_{BL} = [Y_{BL}(1) Y_{BL}(2) \dots Y_{BL}(J_{WBL})] \\ Y_{BR} = [Y_{BR}(1) Y_{BR}(2) \dots Y_{BR}(J_{WBR})] \\ Y_B = [Y_{BL}(J_{WBL}) \dots Y_{BL}(1) Y_{BR}(1) \dots Y_{BR}(J_{WBR})] \end{cases} \quad (4)$$

上述式中, P、P<sub>L</sub>、P<sub>R</sub> 分别为轧制力向量; Q、Q<sub>L</sub>、Q<sub>R</sub> 分别为辊间力向量; Y<sub>W</sub>、Y<sub>WL</sub>、Y<sub>WR</sub> 分别为工作辊挠度向量; Y<sub>B</sub>、Y<sub>BL</sub>、Y<sub>BR</sub> 分别为支撑辊挠度向量。

4 轧辊压扁影响函数的完善

轧制力导致工作辊压扁,同时工作辊紧靠在支撑辊上,工作辊与支撑辊之间形成辊间接触压力,并引起辊间压扁。文献 [7, 2] 提供的工作辊压扁和辊间压扁影响函数理论模型对单元的划分要求苛刻,经常出现浮点数被零除导致工作辊中心压扁常量和辊间中心压扁常量无法进行理论计算,而且辊间压扁影响函数模型没有考虑大凸度支撑辊凸度变化对辊间压扁影响函数的影响。

4.1 辊间单元压扁接触长度的处理

普通支撑辊采用文献 [7] 提供的辊间压扁影响函数理论模型是可行的。但是,对于大凸度支撑辊则需要考虑支撑辊长度方向上的直径变化对辊间压扁影响函数的影响。

辊间单元压扁接触长度的一半计算模型为:

$$\begin{cases} K_W = \frac{1-\nu_W}{\pi E_W}, & K_B = \frac{1-\nu_B}{\pi E_B} \\ b = \sqrt{\frac{4q(K_W + K_B)R_W R_{BX}}{(R_W + R_{BX})}} \end{cases} \quad (5)$$

式中,  $K_W, K_B$  为工作辊、支撑辊弹性压扁常量;  $E_W, E_B$  为工作辊、支撑辊杨氏模量;  $\nu_W, \nu_B$  为工作辊、支撑辊泊松比;  $R_W, R_{BX}$  为工作辊、支撑辊半径;  $q$  为辊间接触压力;  $b$  为辊间单元压扁接触长度的一半。

#### 4.2 轧辊压扁影响函数的完善

为了避免轧辊压扁影响函数计算过程中出现浮点数被零除的现象, 对轧辊中心压扁常量进行理论计算, 根据半无限体模型<sup>[8]</sup>重新推导出辊间压扁影响和工作辊压扁影响函数理论模型。

##### 4.2.1 辊间压扁影响函数理论模型

$$\begin{cases} M = \frac{1-\nu^2}{E \times \pi \times \Delta x} \\ A = X_i + 0.5 \times \Delta x \\ B = X_i - 0.5 \times \Delta x \\ C = \sqrt{b^2 + A^2} \\ D = \sqrt{b^2 + B^2} \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} A_1 = 2 \times b \times \ln \frac{C+A}{D+B} \\ A_3 = \frac{B \times D - A \times C}{3 \times b} \\ A_4 = \frac{2}{3} \times b \times \ln \frac{C+A}{B+D} \\ A_7 = \frac{A}{\sqrt{A^2 + R^2}} - \frac{B}{\sqrt{B^2 + R^2}} \\ A_8 = \ln \frac{\sqrt{B^2 + R^2} - B}{\sqrt{A^2 + R^2} - A} \end{cases} \quad (7)$$

$$A_2 = \begin{cases} -2 \times B \times \ln \frac{D+b}{|B|} & |A|=0 \\ 2 \times A \times \ln \frac{C+b}{|A|} & |B|=0 \\ 2 \times \left[ A \times \ln \frac{C+b}{|A|} - B \times \ln \frac{D+b}{|B|} \right] & |A| \neq 0, |B| \neq 0 \end{cases} \quad (8)$$

$$A_5 = \begin{cases} 0 & |A|=0 \\ \frac{A^3}{6 \times b^2} \times \ln \frac{C+b}{C-b} & |A| \neq 0 \end{cases} \quad (9)$$

$$A_6 = \begin{cases} 0 & |B|=0 \\ \frac{B^3}{6 \times b^2} \times \ln \frac{D+b}{D-b} & |B| \neq 0 \end{cases} \quad (10)$$

$$F(X_i) = M \times \left\{ \frac{3}{4 \times b} [A_1 + A_2 + A_3 - A_4 + A_5 - A_6] - \frac{A_7}{2 \times (1-\nu)} - A_8 \right\} \quad (11)$$

辊间压扁影响函数理论模型:

$$\begin{cases} X_i = x_i - x_j \\ g_{WB}(i, j) = F_W(x_i - x_j) + F_B(x_i - x_j) \end{cases} \quad (12)$$

求工作辊弹性压扁时:  $R = R_W, \nu = \nu_W, E = E_W$ ; 求支撑辊弹性压扁时:  $R = R_{BX}, \nu = \nu_B, E = E_B$ 。

##### 4.2.2 轧制力引起的工作辊压扁影响函数理论模型

$$\begin{cases} N = \frac{1-\nu_W^2}{E_W \times \pi \times \Delta x} \\ L = \sqrt{R_W \times \Delta h + N \times p} \\ C = \sqrt{L^2 + A^2} \\ D = \sqrt{L^2 + B^2} \end{cases} \quad (13)$$

$$\begin{cases} A_1 = \ln \frac{C+A}{D+B} \\ A_4 = \frac{A}{\sqrt{A^2 + R_W^2}} - \frac{B}{\sqrt{B^2 + R_W^2}} \\ A_5 = \ln \frac{\sqrt{B^2 + R_W^2} - B}{\sqrt{A^2 + R_W^2} - A} \end{cases} \quad (14)$$

$$A_2 = \begin{cases} 0 & |A|=0 \\ \frac{A}{L} \times \ln \frac{C+L}{|A|} & |A| \neq 0 \end{cases} \quad (15)$$

$$A_3 = \begin{cases} 0 & |B|=0 \\ \frac{B}{L} \times \ln \frac{D+L}{|B|} & |B| \neq 0 \end{cases} \quad (16)$$

$$\Phi(X_i) = N \times [A_1 + A_2 - A_3 - \frac{A_4}{2 \times (1-\nu_W)} - A_5] \quad (17)$$

轧制力引起的工作辊压扁影响函数理论模型:

$$\begin{cases} X_i = x_i - x_j \\ g_{ws}(i, j) = \Phi_W(x_i - x_j) \end{cases} \quad (18)$$

式(6)~式(18)中,  $M, N, A, B, C, D, A_1 \sim A_8$  为中间变量;  $L$  为  $j$  单元工作辊压扁弧长;  $\Delta x, \Delta h$  为  $j$  单元轧件宽度和压下量;  $p, q$  为  $j$  单元的轧制力和辊间接触压力;  $b$  为  $j$  单元的辊间压扁长度一半;  $x_i, x_j$  为辊间接触  $i$  和  $j$  单元的中点坐标;  $X_j$  为  $i, j$  单元中点的距离;  $F_W(x_i - x_j)$  为  $j$  单元辊间接触压力引起工作辊  $i$  单元中点的压扁量;  $F_B(x_i - x_j)$  为  $j$  单元辊间接触压力引起支撑辊  $i$  单元中点的压扁量;  $\Phi_W(x_i - x_j)$  为  $j$  单元轧制力引起工作辊  $i$  单元中点的压扁量;  $g_{WB}(i, j)$  为辊间压扁影响函数;  $g_{ws}(i, j)$  为工作辊压扁影响函数。

## 5 收敛问题的处理

### 5.1 收敛指标

四辊轧机轧辊弹性变形解析过程如图 3 所示。收敛指标不仅影响计算结果的精度，而且影响计算过程的收敛性。该模块的收敛指标有相邻两次迭代辊间单元压力最大差值  $\epsilon_1$ 、辊间总压力与目标值差值  $\epsilon_2$  和相邻两次迭代轧件出口断面形状最大差值  $\epsilon_3$ ，满足计算精度的收敛指标为： $\epsilon_1 = 10^{-4}N$ ， $\epsilon_2 = 10^{-3}N$ ， $\epsilon_3 = 10^{-4}mm$ 。

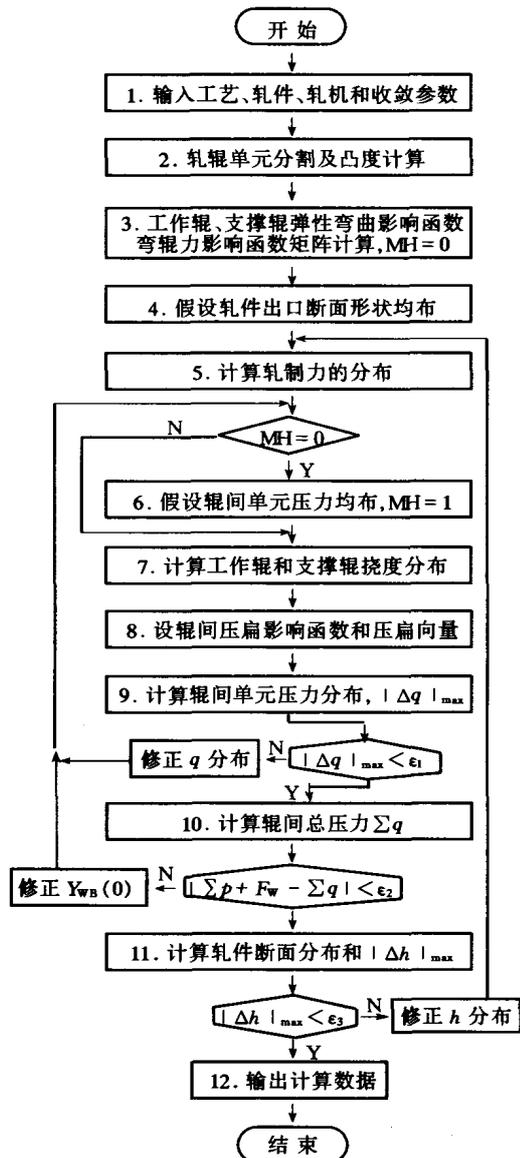


图 3 四辊轧机辊系弹性变形计算框图

### 5.2 辊间压力分布和轧件出口断面形状的修正

辊间中心压扁常量采用割线法进行修正<sup>[2]</sup>。辊间单元压力分布和轧件出口断面形状的修正采用平滑指数法，修正计算模型如下。

$$\begin{cases} \bar{q}_I^n = \bar{q}_I^{n-1} + \alpha \times (\bar{q}_C^{n-1} - \bar{q}_I^{n-1}) \\ \bar{h}_I^n = \bar{h}_I^{n-1} + \beta \times (\bar{h}_C^{n-1} - \bar{h}_I^{n-1}) \end{cases} \quad (19)$$

式中， $n, n-1$  为第  $n$  次和第  $n-1$  次的值； $I, C$  为迭代值和计算值； $\alpha$  为辊间单元压力分布迭代平滑指数； $\beta$  为轧件出口断面形状迭代平滑指数。

### 5.3 平滑指数 $\alpha$ 和收敛指标 $\epsilon_1$ 的处理

采用上述收敛指标和辊间单元压力分布及轧件出口断面形状修正模型计算四辊轧机辊系弹性变形过程中，轧辊凸度大于 0.3mm 时计算过程不能收敛。其原因是迭代计算初期的辊间总压力与目标值之差较大， $\alpha$  和  $\epsilon_1$  的取值导致  $|\Delta q|_{\max} < \epsilon_1$  收敛指标不能满足而进入死循环状态。因此，对平滑指数  $\alpha$  和收敛指标  $\epsilon_1$  取值采用如下处理方法，可有效地解决计算精度及收敛问题。

$$\begin{cases} \alpha = 0.1, \epsilon_1 = 10^{-2}; C \geq 0.3 \text{ 且 } |\Sigma q - Q| \geq 5N \\ \alpha = 0.5, \epsilon_1 = 10^{-4}; C < 0.3 \text{ 或 } |\Sigma q - Q| < 5N \end{cases} \quad (20)$$

式中， $C$  为工作辊或支撑辊的凸度； $\Sigma q, Q$  为辊间总压力计算值和目标值。

## 6 结论

(1) 开发了四辊轧机轧辊弹性变形通用解析模块，为热轧带钢板形控制提供了解析工具。

(2) 完善了辊间压扁和工作辊压扁影响函数计算模型，克服了轧辊压扁影响函数计算过程出现浮点数被零除的缺陷。

(3) 提出了平滑指数和收敛指标取值的处理方法，有效地解决了四辊轧机辊系弹性变形计算精度及收敛问题。

### 参考文献：

- [1] 金兹伯格 V B. 高精度板带材轧制理论与实践 [M]. 北京：冶金工业出版社，2000.
- [2] 王国栋. 板形控制和板形理论 [M]. 北京：冶金工业出版社，1986.
- [3] 陈先霖，张杰，张清东，等. 宽带钢热连轧板形控制系统的开发 [J]. 钢铁，2000，35 (7)：28-33.
- [4] Tsukamoto H, Matsumoto H. Shape and Crown Control Mill-Crossed Roll System [A]. AISE Year Book [C]. Pittsburgh: AISE, 1984: 467-474.
- [5] Nakamura M, et al. Parr-Crossed Rolling Mill-Mitsubishi FC Mill [A]. Proceedings of the 4th International Steel Rolling Conference [C]. France, June 1-3, 1987. A. 22. 1-A. 22. 8.
- [6] Bald W, et al. Continuously Variable Crown (CVC) Rolling [A]. AISE Year Book [C]. Pittsburgh: AISE, 1987: 127-136.
- [7] 户泽康寿，等. ロール変形形状から力分布を求めぬ解析 [J]. 塑性と加工. 1970, 11 (108), 29-33.
- [8] Timoshenko, et al. Theory of Elasticity [M]. New York: McGraw Hill, 1951.