

鎮靜鋼鋼錠模設計的圖算方法

應用數學研究組

摘要

本文研究的是鎮靜鋼鋼錠模設計的圖算方法。

在設計時先給出下列的技術條件：鋼錠體積 V （不包含帽部），高寬比 a ，寬厚比 β ，大、小面的錐度 i_1 和 i_2 ，大面上尾部轉角半徑 R_2 ，小面尾部轉角半徑 R_1 ，直部橫截面的圓角半徑 r 。所要求出的是，鋼錠的高度 H ，大頭斷面的長、寬 a_1 、 a_2 、小頭斷面（直部與尾部相連處）的長、寬 b_1 、 b_2 。

文中求出 H 的方程

$$h^3 - ph - q = 0,$$

其中

$$h = H - \delta,$$

$$\delta = \frac{1}{3} \left(\frac{i_1}{\eta} + \frac{i_2}{\eta} \right) R_1, \quad (*)$$

$$l = \left(\frac{4-\pi}{2} - i_1 \right) \frac{R_2^2}{\xi} + \left(\frac{4-\pi}{2} - i_2 \right) \frac{R_1^2}{\eta} + (4-\pi) \frac{r^2}{\xi\eta},$$

$$q = \frac{V}{\xi\eta}, \quad \xi = \frac{2\beta}{a(1+\beta)}, \quad \eta = \frac{2}{a(1+\beta)}.$$

此外，我們也推出了計算鋼錠尾部體積的公式

$$V_{\text{尾}} = b_1 b_2 h - 2 \left[f\left(\frac{h}{R_1}\right) R_1^2 b + f\left(\frac{h}{R_2}\right) R_2^2 b_2 \right],$$

其中

$$f(k) = k - \frac{1}{2} k \sqrt{1-k^2} - \frac{1}{2} \sin^{-1} k,$$

h 是尾部高度。

最後，我們作出了解方程(*)和計算尾部體積的計算圖，利用這些圖可以很方便並且很快地來完成鋼錠模的設計工作。

§1 前言

在鎮靜鋼鋼錠模的設計中，最困難的問題是計算鋼錠的尾部體積和確定鋼錠的高度。本文的目的也主要在於解決這兩個困難問題。

由於尾部形狀不太規則，找不到一個簡單的計算公式真實地表達它的體積。設計者通常是把它切割成若干塊，逐一地選擇近似於每一塊的規則幾何體，用這些幾何體的體積之總和來當做尾部體積。這種求體積的方法稱為分割法。一般是比較煩雜的。

在這裡我們所採用的是切割法，用這種方法可以推导出近似程度相當好且比較簡單的尾部體積計算公式，並且適於繪制算圖。

我們還曾經推导出真實的（或者說，理論上的）尾部體積的計算公式。雖然它很復

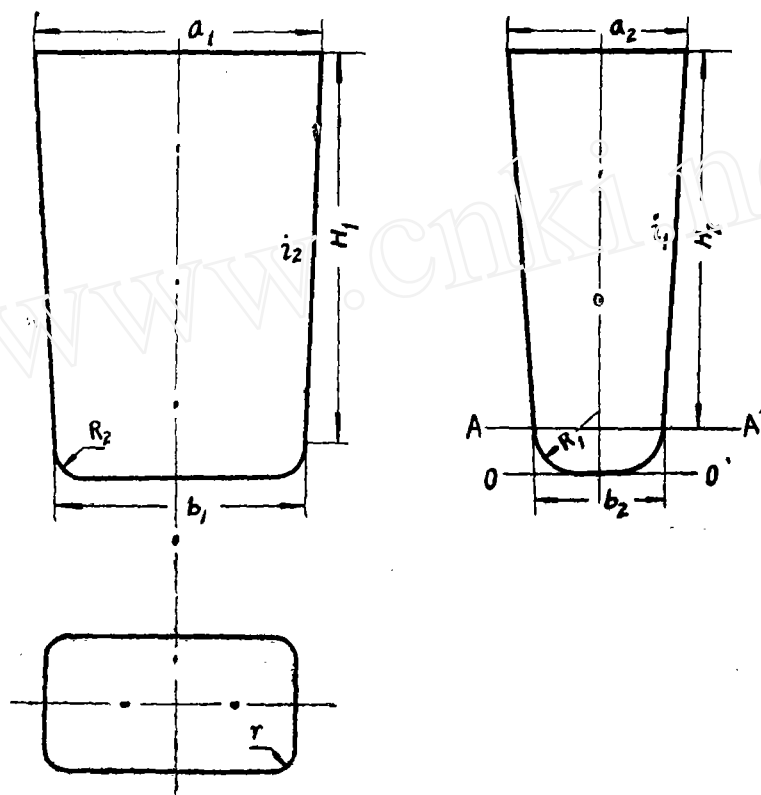


图 1

杂，不适用于实际应用，可是它可以做为检验其它一切近似公式优劣的标准。所有这些我们在 § 2 中作了详尽的叙述。

在镇静钢钢锭模的设计中，给出的技术条件是：钢锭体积（不包含帽部） $V(\text{m}^3)$ ；高宽比 $\frac{H}{D} = \alpha$ ，宽厚比 $\frac{A_{cp}}{B_{cp}} = \beta$ ；大面锥度 i_1 ，小面锥度 i_2 ；钢锭直部横截面的圆角半径 r ；尾部的大面转角半径 R_1 和小面转角半径 R_2 等。根据这些条件来确定钢锭的高度 H 。在理论上由于尾部体积计算公式的复杂性必然引起 H 所满足的方程式也是很复杂的，不适用于实际应用。因此，能够推导出足够近似的关于 H 的方程是具有实际意义的。在 § 3 中，我们根据切削法实现了这种打算。

在 § 4 和 § 5 中来说明计算钢锭高度和尾部体积的算图的构成和用法。

本文结果是在“沸腾钢钢锭模设计的图算法”一文的基础上得到的。因此我们建议读者要阅读那篇文章。在那篇文章里包含有：关于算图的预备知识，在运用算图时需要的加法尺的原理和依据公式构成算图的基本方法。

顺便指出，当 $R_1 = R_2 = 0$ 时，镇静钢钢锭模实际上就是没有尾部的沸腾钢钢锭模。因此，本文结果也适于沸腾钢钢锭模设计中的计算。

§2 鋼錠尾部體積的計算公式

下面我們僅以寬厚比較大的鋼錠為例來討論，至於其它情況完全類似，這裡不再一一列舉。

假設 $R_1 \geq R_2$ ，則截面 AA' (見圖 1) 下面的部分就是尾部，上面的部分稱為直部。我們把尾部畫在圖 2 上。確定它的形狀需要如下的一些條件：

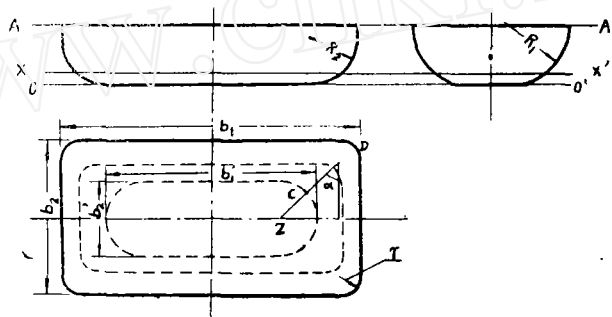


圖 2

1. 已知: b_1 、 b_2 、 i_1 、 i_2 、 R_1 、 R_2 、 r 和尾部高度 h 。這時尾部底面 oo' 的尺寸 b'_1 、 b'_2 已經確定，即

$$b'_1 = b_1 - 2R_2,$$

$$b'_2 = b_2 - 2(R_1 - \sqrt{R_1^2 - (h + R_1 i_1)^2}).$$

2. 距離底面 oo' 高為 x ($0 \leq x \leq h$) 的截面 xx' 的四個頂角部分必須以某個 r_x 為圓角半徑圓滑過渡。約定 AA' 上各角的圓角半徑取 r ； oo' 上各角的圓角半徑取 $\frac{1}{2}b'_2$ 。

3. 尾部四個稜角的每一個縱斷面 (過截面 AA' 和 oo' 上相應圓角圓弧中心對底面的垂直面) 與尾部表面交成半徑為 R_3 的圓弧，並且切於底面 oo' 。(見圖 3)

不難求得，

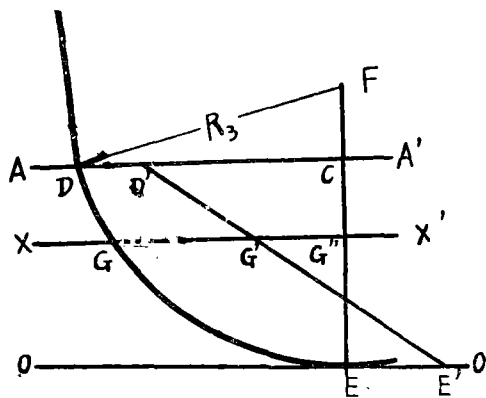


圖 3

$$R_3 = \frac{h}{2} + \frac{1}{2h} \left(\frac{R_1 + \frac{b'_2}{2} - r}{\cos \alpha} + r - \frac{b'_2}{2} \right)^2 \quad (1)$$

其中

$$\alpha = \text{tg}^{-1} \frac{R_2 + \frac{b'_2}{2} - r}{R_1 + \frac{b'_2}{2} - r}.$$

首先，求 r_x 依赖于 x 的关系式。設 D' 和 E' 分別是截面 AA' 和 oo' 上某一个角的园角园弧中心。为了分析問題簡單，近似地認為这一角的园角园弧中心的軌跡就是綫段 $D'E'$ 。（实际上，当 $R_1 \approx R_2$ 时，这个軌跡对于綫段 $D'E'$ 稍有偏离。）設截面 xx' 分別交 \overline{DE} ， $D'E'$ 和 CE 于 G, G' 和 G'' 。不难推出：

$$GG'' = \sqrt{R_2^2 - (R_2 - x)^2} = \sqrt{2R_2x - x^2},$$

$$G'G'' = \frac{EF + EC}{CE}x - EF' = \frac{R_1 + \frac{b_1'}{2} - r}{h \cos \alpha}x - \frac{b_1'}{2}.$$

$$r_x = GG'' - G'G'' = \sqrt{2R_s x - x^2} - \frac{R_1 + \frac{b_s'}{2} - r}{h \cos \alpha} x - \frac{b_s'}{2} \quad (2)$$
$$S_x = b_{1x}b_{2x} - (4 - \pi)r_x^2 \quad 0$$

图 4

$$\begin{aligned} b_{2x} &= x_1 x_2 + x_2 x_3 + x_3 x_4 = 2x_1 x_2 + x_2 x_3, \\ x_2 x_3 &= b_2 - 2R_1, \\ x_1 x_2 &= \sqrt{R_1^2 - o_1 x_3^2} = \sqrt{R_1^2 - (h - x + i_1 R_1)^2}, \\ b_{2x} &= 2\sqrt{R_1^2 - (h - x + i_1 R_1)^2} + (b_2 - 2R_1)_0 \end{aligned}$$

同样地, 当 $0 \leq x \leq R_2(1-i_2)$ 时, $b_{1x} = 2\sqrt{R_2^2 - (R_2 - x)^2} + (b_1 - 2R_2)$; 但当 $R_2(1-i_2) < x \leq h$ 时 $b_{1x} = b_1 + i_1(x - R_2)$ 。(见圖 5)

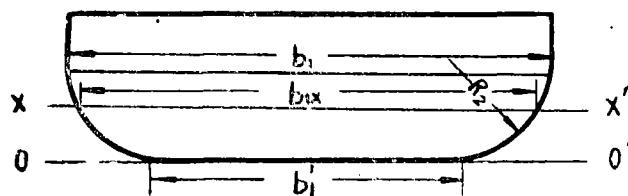


图 5

于是, 尾部体积

$$V_{\text{尾}} = \int_0^h S_x dx, \quad (3)$$

其中

$$S_x = \begin{cases} [2\sqrt{R_2^2 - (R_2 - x)^2} + (b_1 - 2R_2)][2\sqrt{R_1^2 - (h - x + i_1 R_1)^2} \\ + (b_2 - 2R_1)] - (4 - \pi)r_x^2, & \text{当 } 0 \leq x \leq R_2(1 - i_2); \\ [b_1 + i_1(x - R_2)][2\sqrt{R_1^2 - (h - x + i_1 R_1)^2} + (b_2 - 2R_1)] \\ - (4 - \pi)r_x^2, & \text{当 } R_2(1 - i_2) < x \leq h. \end{cases}$$

显然, 这个公式是很复杂的, 实际应用的价值不大, (因此, 也就不把积分后的表达式写在这里,) 但有理论价值。

以下采用切削法推导能够实际应用的尾部体积计算公式。

从尺寸为 $b_1 \cdot b_2 \cdot h$ 的长方体 (I) (见图 6) 出发, 以 R_1 为转角半径削掉棱

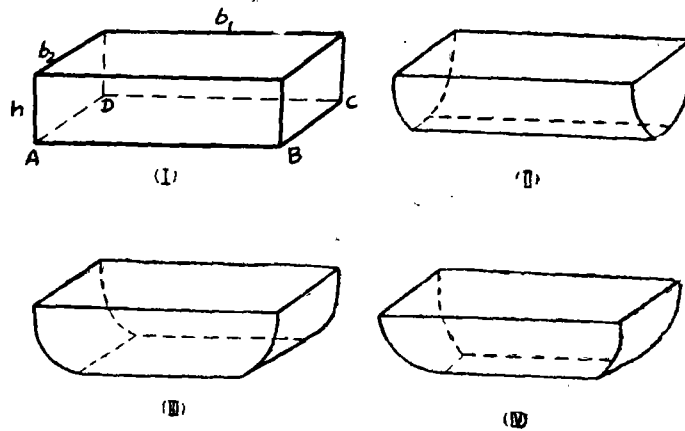


图 6

AB 和 DC 得到几何体 (II)。削掉的每一块几何体是截面面积为 S_1 , 长为 b_1 的柱体。在一般情况下, S_1 是图 7 上带斜线的图形的面积。应用定积分方法, 不难求得:

$$S_1 = R_1^2 \left[k_1 - \frac{1}{2} k_1 \sqrt{1 - k_1^2} - \frac{1}{2} \sin^{-1} k_1 \right] \quad (4)$$

式中

$$k_1 = \frac{h}{R_1}.$$

仍然从长方体 (I) 出发, 我们作第二次切削, 这回以 R_2 为转角半径园滑地削掉棱 AD 和 BC 得到几何体 (III)。削掉的每一块几何体都是截面面积为 S_2 , 长为 b_2 的柱体。 S_2 的表达式类似于 (4) 式, 但是在 $R_2 \leq h$ 的情况, 下特别地有 $S_2 = \frac{4 - \pi}{4} R_2^2$ 。

如果第二次切削不从长方体 (I) 出发而从几何体 (II) 出发, 那么就得到几何体 (IV)。这个几何体的重要性质就是: 如果适当地削掉它的四个棱 (所削掉的每一个棱

形如图8之(V)所示), 那么可以使剩余部分就是真实的尾部。

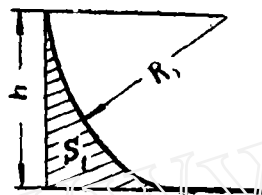


图 7

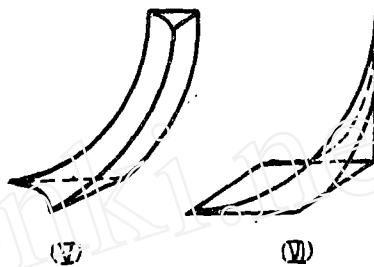


图 8

现在我们来说明长方体(I)的体积与第一次和第二次切削所削掉的四个柱体的体积之差相当近似地表达尾部的真实体积。即, 可以认为,

$$V_{\text{尾}} = b_1 b_2 h - 2(s_1 b_1 + s_2 b_2) \quad (5)$$

事实上, 这个公式所表达的体积应该等于几何体(IV)与第一、第二次切削所削掉的四个柱体公共部分(共有四块, 每一块的形状如图8之(VI)所示)的体积之差。于是, 容易想出, 这个公式所表达的体积与真实体积的误差只是几何体(V)和(VI)的体积之差的四倍。这个误差是很小的。我们曾经以 $zx15.0$ 型镇静钢钢锭模为例分别采用理论公式(3)、分割法和切削法(公式(5))计算过它的尾部体积。结果如下:

	理论公式	分割法	切削法
尾部体积 (m^3)	0.1346	0.1343	0.1353
与理论值之差 m^3	0	0.0003	0.0006

这个结果表明公式(5)是可以采用的。

§3 钢锭高的方程

由已知技术条件的定义

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{4H}{a_1 + a_2 + b_1 + b_2} = \alpha, \\ \frac{a_1 + b_1}{a_2 + b_2} = \beta, \\ \frac{2H_2}{a_2 - b_2} = i_1, \\ \frac{2H}{a_1 - b_1} = i_2, \end{array} \right.$$

可以解得

$$\begin{cases} a_1 = \xi H + i_2 H_1, & (6) \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_2 = \eta H + i_1 H_2, & (7) \end{cases}$$

$$\begin{cases} b_1 = \xi H - i_2 H_1, & (8) \end{cases}$$

$$\begin{cases} b_2 = \eta H - i_1 H_2, & (9) \end{cases}$$

其中

$$\xi = \frac{2\beta}{a(1+\beta)} \quad (10)$$

$$\eta = \frac{2}{a(1+\beta)} \quad (11)$$

假定尾部高度为 h $R_1 \geq R_2$ 。这时，認為

$$H_2 + R_1 = H, \quad H_1 + R_2 = H。$$

現在把四个直面繞它本身的水平中綫旋轉使之成为鉛垂面，并且把尾部相应地沿水平方向伸展，如圖 9 的虛綫所示。变动以后，它是一个錐度为零的鋼錠。我們約定表示它各个尺寸或量值的字母都加上“'”。

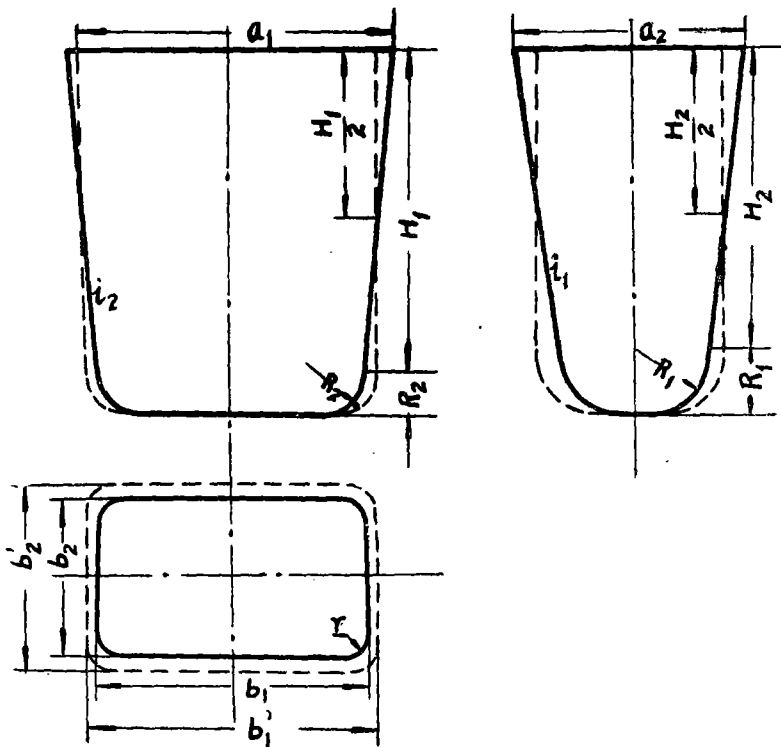


图 9

因为原来的鋼錠錐度一般是很小的，所以我們近似地認為它的直部体积

$$V_{\text{直}} = V'_{\text{直}} = b'_1 b'_2 H_2 - (4 - \pi) r^2 H_2。$$

按公式(5),

$$V'_{\text{尾}} = b'_1 b'_2 h - 2(S'_1 b'_1 + S'_2 b'_2)。$$

但

$$S'_1 = S_1 = \frac{4-\pi}{4} R_1^2, \quad S'_2 = S_2 = \frac{4-\pi}{4} R_2^2,$$

于是

$$V'_{\text{尾}} = b'_1 b'_2 h - \frac{4-\pi}{2} (R_1^2 b'_1 + R_2^2 b'_2)。$$

另一方面, 近似地有

$$V_0 = V'_{\text{尾}} - V_{\text{尾}} = [(b'_1 - b_1) b'_2 + (b'_2 - b_2) b'_1] R_1。$$

由

$$V_{\text{尾}} + V_{\text{直}} = V$$

或

$$V'_{\text{直}} + V'_{\text{尾}} - V_0 = V,$$

得

$$\begin{aligned} b'_1 b'_2 H - (4-\pi) r^2 H_2 - \frac{4-\pi}{2} (R_1^2 b'_1 + R_2^2 b'_2) - [(b'_1 - b_1) b'_2 + (b'_2 - b_2) b'_1] R_1 = V_0. \end{aligned} \quad (12)$$

由圖 9 可看出

$$\begin{cases} b'_1 - b_1 = i_2 H_1, \end{cases} \quad (13)$$

$$\begin{cases} b'_2 - b_2 = i_1 H_2; \end{cases} \quad (14)$$

再根据(8)和(9)式, 得

$$\begin{cases} b'_1 = \xi H, \end{cases} \quad (15)$$

$$\begin{cases} b'_2 = \eta H. \end{cases} \quad (16)$$

把(13)~(16)式代入(12)式, 得

$$\begin{aligned} \xi \eta H^3 - (4-\pi) r^2 H_2 - \frac{4-\pi}{2} (\xi R_1^2 + \eta R_2^2) H \\ - [(i_2 H_1)(\eta H) + (i_1 H_2)(\xi H)] R_1 = V_0. \end{aligned}$$

因为 $(4-\pi) r^2 R_1$ 很小, 对高度 H 的影响不大, 所以略去。再加整理, 最后得到一个关于 H 的三次方程:

$$H^3 - e H^2 - p H - q = 0, \quad (17)$$

其中

$$e = \left(\frac{i_1}{\eta} + \frac{i_2}{\xi} \right) R_1; \quad (18)$$

$$p = \left(\frac{4-\pi}{2} \left(\frac{R_1^2}{\eta} + \frac{R_2^2}{\xi} \right) + (4-\pi) \frac{r^2}{\xi \eta} - \left(\frac{i_1 R_1}{\eta} + \frac{i_2 R_2}{\xi} \right) R_1 \right),$$

或为了整齐起见把其中的 $\frac{i_2 R_2}{\xi} R_1$ 换为 $\frac{i_2 R_2^2}{\xi}$, 此时表成

$$p = \left\{ \left(\frac{4-\pi}{2} - i_1 \right) \frac{R_2^2}{\xi} + \left(\frac{4-\pi}{2} - i_2 \right) \frac{R_1^2}{\eta} + (4-\pi) \frac{r^2}{\xi \eta} \right\}, \quad (19)$$

$$q = \frac{V}{\xi \eta} \quad (20)$$

为了繪制方程 (17) 的算圖的簡便, 作一个变换:

$$H = h + \delta。$$

代入(17)中得到关于 h 的新方程:

$$h^3 + (6\delta - 2e)h^2 + (3\delta^2 - 2e\delta - p)h + (\delta^3 - e\delta^2 - p\delta - p) = 0。$$

令 $\delta = \frac{1}{3}e$, h^2 項消失, 得

$$h^3 - \left(\frac{1}{3}e^2 + p\right)h - \left(\frac{2}{27}e^3 + \frac{1}{3}ep + q\right) = 0$$

我們注意到 $e = \left(\frac{i_1}{\eta} + \frac{i_2}{\xi}\right) R_1$ 是一个很小的数, 而它的平方与立方数就更小, 所以

略去式中的 $\frac{1}{3}e^2$ 和 $\frac{2}{27}e^3$ 。此外, $\frac{ep}{3}$ 相对 q 比較也是很小的数, 在算圖上显示不出来, 所以也把它略去。最后得

$$h^3 - ph - q = 0 \quad (21)$$

当然, 这个公式是在做了許多近似的取舍之后得到的。但是, 这个公式是可靠的。一方面, 不仅仅像上面从理論上所闡述的那樣, 另一方面, 我們也与現有的一些鎮靜鋼鋼錠模設計結果作了核对, 核对的結果充分地說明了这一点。下边就是其中的两个例子。

	設 計 高 度 (mm)	用公式 (21) 計算 出 的 高 度 (mm)	两 者 之 差 (mm)
ZX 15•0 鎮 靜 鋼 鋼 錠	1890	1885	5
ZX11•4A 鎮 靜 鋼 鋼 錠 模	1955	1952	3

§4 計算鋼錠高的算圖的構成和用法

在这一节中, 根据方程 (21) 作出計算鋼錠高度 H 的算圖并且指出它的用法。

算圖中的豎尺一般取为 50cm 长, 而 N 型圖平行尺間的距离都取为 20cm。

算圖中出現的各个量的数值变化范围是: $V: 0.5-3.0 (m^3)$; α 和 $\beta: 1-5$; i_1 和 $i_2: 1\%-5\%$; R_1 和 $R_2: 100-400(mm)$; $r: 70-150(mm)$; $H: 700-3000(mm)$ 。

1) 构成

i) 关于 h 的三次方程(21)的算圖可以采用表达

$$f_1(u) + f_2(v)f_3(w) = f_4(w)$$

的算圖的繪制方法而繪制出。(注) 系数 p 和 q 分別用綫性刻度刻在左右两互相平行

(注) 參看“沸騰鋼鋼錠模設計的圖算方法”中的 §2,3。

尺上。分别称为 p 尺和 q 尺。取模数 $m_q = 3\text{cm}$, $m_p = 15\text{cm}$ 。 h 刻在 q 尺和 p 尺中间的一条曲线 h 尺上 (参看附图 I)

ii) 为了计算系数 q , 要根据 $q = \frac{V}{\xi\eta}$ 作出算图。如果假定 $\xi\eta = M$ 已知, 那么它是一个 N 型图。我们把它连接在三次方程式图的右侧, 使 q 尺重合。 V 以模数 $m_v = 20\text{cm}$ 线性地刻在这个 N 型图的另一个竖尺上。斜尺上刻出乘积 $\xi\eta = M$, 数值变化范围是 $0.04-0.5$ 。

iii) 为了计算系数 p , 要根据 (19) 式作出算图。(19) 式共有三项, 每一项都呈现出如下形状:

$$p' = \frac{k \cdot R^2}{M'}.$$

因此, 作算图时只考虑这个公式就可以了, 至于各项之和可以借助加法尺来完成。令

$$\frac{k}{M'} = T.$$

根据它作一个 N 型图。左右两平行尺分别刻出 $\frac{1}{M'}$ 和 T , 取 $m_{M'} = 5\text{cm}$, $m_T = 12.5\text{cm}$ 。

斜尺刻出 k 值, 数值变化范围是 $0.1-0.5$ 。再由

$$p' = R^2 T,$$

也可以作一个 N 型图。把它接在前一个 N 型图的右侧, 使 T 尺重合。 p' 以模数 $m_{p'} = 625\text{cm}$ 线性地刻在另一个竖尺上。斜尺上刻出 R^2 , 数值变化范围是 $70-400(\text{mm})$, 把此图放置在三次方程图的左边。

iv) 我们来构成计算 ξ , η , $\xi\eta$ 的算图。由

$$\eta = \frac{2}{\alpha(1+\beta)}$$

作一个 N 型图。左右两平行尺分别刻出 α (成线性尺) 和 $\frac{1}{\eta}$ (成倒数尺)。取模数

$m_\alpha = 12\text{cm}$, $m_\eta = 5\text{cm}$ 。斜尺上刻出 $\frac{2}{1+\beta}$, 数值变化范围是: $1-5$ 。

注意到 $\xi = \eta\beta$, 马上可以想到在 η 尺的右侧再接出一个 N 型图来。 η 尺重合, 另一个竖尺以模数 $M_\xi = 5\text{cm}$ 刻出 $\frac{1}{\xi}$ (成倒数尺)。斜尺上刻出 β (称为 β' 尺), 数值变化范围是 $1-5$ 。

对于乘积 $M = \xi\eta$ 也可作成是一个 N 型图, 但是为了缩简图面, 把这个 N 型图安置到最后提到的 N 型图上。即, 保持 η 尺和 ξ 尺不变 (都是以 5cm 为模数的倒数尺), 而在斜尺 β' 尺的另一侧刻出 $\frac{1}{\eta}$, 数值变化范围是: $0.2-1$ 。称它为 η' 尺。于是, 只要把 η 尺上求到的标值在 η' 尺点出, 然后通过这点与 ξ 尺上已求到的标值点连线交于 η' 尺上某一点, 那么这一点的标值就是乘积 $\xi\eta$ 。(参看附图 I)

v) 把 i) — iv) 中构造的算图联合起来使用 (下面将要具体说明使用方法), 就

可以求到 h 。但是这并不是最后結果，最后結果應該是

$$H = h + \delta。$$

所以还得作出

$$\delta = \frac{1}{3} \left(\frac{i_1}{\eta} + \frac{i_2}{\xi} \right) R_1$$

的算圖。我們利用 iii) 中所构成的圖架把它作出来。事实上，只要在 R_1 尺的另一側刻出 $\frac{1}{3}R_1$ ，而在 p' 尺的另一側以 $m_s = 3000 \text{ cm}$ 綫性地刻出 δ 即可。至于具体求法馬上就來說明。

2) 用法

为敘述簡捷起见，引出如下符号：

(a) $[x_0|x]$ ——表示在 x 尺上标值为 x 的点；

(b) $[x_0|x] \longleftrightarrow [y_0|y]$ ——表示經過点 $[x_0|x]$ 和 $[y_0|y]$ 连接的直綫；

(c) $[x_0|x] \longleftrightarrow [y_0|y] \Longrightarrow [z_0|z]$ ——表示直綫 $[x_0|x] \longleftrightarrow [y_0|y]$ 相交于 z 尺上标值为 z_0 的点；

(d) $[x_1|x] \pm [x_2|x] \Longrightarrow [x_s|x]$ ——表示在 x 尺上利用加法尺求得标值为 $x_s = x_1 \pm x_2$ 的点；

(e) $\{x_0|x\}$ ——表示在 x 尺所要求的最后結果。

在閱讀下面的用法时，要參看附圖 I 和附圖 II 以及公式 (11)、(10)、(20)、(19) 和 (17)。

第一步 列出已知值（凡标尺上的具体值都記上 0、1 或 2 等的下标）：

名 称	高寬比	寬厚比	体 积	大面錐度	小面錐度	大面轉角半徑	小面轉角半徑	园角半徑
已 知 值	α_0	β_0	V_0	i_1	i_2	R_1	R_2	r_0

第二步 求 $\xi_0, \eta_0, \xi_0\eta_0$ ：

$$i) [\alpha_0|\alpha] \longleftrightarrow [\beta_0|\beta] \Longrightarrow \{\eta_0|\eta\},$$

$$ii) [\eta_0|\eta] \longleftrightarrow [\beta_0|\beta'] \Longrightarrow \{\xi_0|\xi\},$$

$$iii) [\xi_0|\xi] \longleftrightarrow [\eta_0|\eta'] \Longrightarrow \{\xi_0\eta_0|\eta\}。$$

把結果添在下面的表里。

欲 求 量	ξ	η	$\xi\eta$
結 果	ξ_0	η_0	$\xi_0\eta_0$

第三步 求方程式系数 p_0 ：

$$i) [\xi_0|M'] \longleftrightarrow [(0.4292 - i_1)|k] \Longrightarrow (T_1|T), (\text{註})$$

(註) 0.4292 是 $\frac{4-\pi}{2}$ 的不足近似值。

- ii) $\{T_1|T\} \longleftrightarrow \{R_2|R\} \Longrightarrow \{P_1|P'\}$,
- iii) $\{\gamma_0|M'\} \longleftrightarrow \{(0.4292-i_2)|k\} \Longrightarrow \{T_2|T\}$,
- iv) $\{T_2|T\} \longleftrightarrow \{R_1|R\} \Longrightarrow \{P_2|P'\}$,
- v) $\{\xi_0\gamma_0|M'\} \longleftrightarrow \{0.4292|k\} \Longrightarrow \{T_3|T\}$,
- vi) $\{T_3|T\} \longleftrightarrow \{r_0|R\} \Longrightarrow \{P_3|P\}$,
- vii) $\{P_1|P\} + \{P_2|P\} + \{2P_3|P\} \Longrightarrow \{P_0|P\}$ 。

第四步 求方程式系数 q_0 :

- i) $\{V_0|V\} \longleftrightarrow \{\xi_0\gamma_0|M\} \Longrightarrow \{q_0|q\}$ 。

第五步 求高度 h_0 :

- i) $\{q_0|q\} \longleftrightarrow \{P_0|P\} \Longrightarrow \{h_0|h\}$ 。

第六步 求调正值 δ_0 :

- i) $\{\xi_0|M'\} \longleftrightarrow \{10i_2|k\} \Longrightarrow \{T_4|T\}$,
- ii) $\{\gamma_0|M'\} \longleftrightarrow \{10i_1|k\} \Longrightarrow \{T_5|T\}$,
- iii) $\{T_4|T\} + \{T_5|T\} \Longrightarrow \{T_6|T\}$,
- iv) $\{T_6|T\} \longleftrightarrow \{R_1|R'\} \Longrightarrow \{\delta_0|\delta\}$ 。

第七步 最后计算 $H_0 = h_0 + \delta_0$, 这就是钢锭的高度。

§5 计算钢锭尾部体积的算图的构成和用法

这一节构成的算图专门为计算钢锭尾部体积用的。

已知的条件和它的数值变化范围是: 尾部高度 h : 50—350(mm); 大、小面转角半径 R_1 和 R_2 : 100—400(mm); 尾部上截面尺寸 b_1 和 b_2 : 400—2000(mm)。

1) 构成

考虑公式(5)。第一项是 b_1b_2h , 我们准备为它作一幅算图了, 因为使用计算尺更方便点, 剩余的一项 $2(S_1b_1 + S_2b_2)$ 是形状为 Sb 的两项之和。这个加法运算可以使用加法尺来完成。因此, 我们只须把公式 $V = Sb$ 作出算图。其中 S 的表达式是

$$S = 2\left(k - \frac{1}{2}\sqrt{1-k^2} - \frac{1}{2}\sin^{-1}k\right)R^2,$$

或简记成

$$S = 2R^2f(k)$$

其中

$$k = \frac{h}{R}。$$

i) 作一个N型图来表达 $k = \frac{h}{R}$ 。左、右两竖尺分别以模数 $m_h = 150\text{ cm}$ 和 $m_R = 80\text{ cm}$ 把 h 和 k 刻成线性尺。其中 k 的数值变化范围是 0.5—1.0。斜尺上刻出 R 。

ii) 在 k 尺的右侧连接出一个N型图来表达 $S = 2R^2f(k)$ 。这个N型图的两个竖尺分别刻出函数 $f(k)$ 和 S 。把 $f(k)$ 刻在 k 尺的另一侧上, 称为 f 尺。取模数 $m_f = 100\text{ cm}$, 使 k 尺和 f 尺上标值为 1 的点重合。 S 尺的模数 $m_s = 1000\text{ cm}$ 。斜尺上刻出

2R°。

iii) 在 S 尺的右側再連接出一個 N 型圖來表達 $V = Sb$, 使 S 尺重合。V 尺是綫性的, 模數 $m_v = 1250\text{cm}$ 。斜尺上刻出 b_0 。(參看附圖 III)

2) 用法 要參看附圖 III 和公式(4)、(5)。

第一步 列出已知值:

名 稱	尾 部 高 度	大面轉角半徑	小面轉角半徑	斷 面 尺 寸
已 知 值	h_0	R_1	R_2	$b_1 \cdot b_2$

第二步 求尾部的多余体积 V_0 :

$$\text{i) } \{h_0|h\} \longleftrightarrow \{R_1|R\} \Longrightarrow \{k_1|k\},$$

$$\text{ii) } \{k_1|f\} \longleftrightarrow \{R_1|R'\} \Longrightarrow \{s_1|s\},$$

$$\text{iii) } \{s_1|s\} \longleftrightarrow \{b_1|b\} \Longrightarrow \{V_1|V\},$$

$$\text{iv) } \{1|f\} \longleftrightarrow \{R_2|R\} \Longrightarrow \{s_2|s\},$$

$$\text{v) } \{s_2|s\} \longleftrightarrow \{b_2|b\} \Longrightarrow \{V_2|V\},$$

$$\text{vi) } \{V_1|V\} + \{V_2|V\} \Longrightarrow \{V_0|V\}.$$

第三步 作 $b_1b_2h - V$ 的运算, 其結果就是尾部体积。

§6 几點說明

1) 像上面所敘述的那樣, 利用附圖 I 和 II 可以求出鋼錠高度 H (不包含帽部)。至于尾部高度 h , 两个直面高度 H_1, H_2 , 設計者可以根据鋼錠的种类以及其它的要求來选定。

然后, 利用公式(6)~(9)來求断面尺寸 a_1, a_2 和 b_1, b_2 。因为公式很簡單, 所以建議設計者直接計算。如果愿意使用圖算方法, 那么可以在公式中近似認為 $H_1 = H, H_2 = H$, 然后应用“沸騰鋼鋼錠模設計的圖算方法”中所构成的“計算鋼錠断面尺寸的算圖”也能得到比較近似的結果。

在 §2 中已經指出了 R_s 的表达式, 設計者也可以根据这个表达式計算出 R_s 。但是, 因为这个数据不太紧要, 所以設計者根据作圖法近似地求出它也就可以了。也正因为如此, 我們沒有为它作一幅算圖。

2) 如上所确定的关于鋼錠模設計的数据并不一定如实地采用。譬如, 为了工艺上加工的方便, 要把一些尺寸取得很整裝等等, 往往要对所求到的那些数据进行一番調整。这样就需要从調整后的数据出发來計算鋼錠的尾部体积和直部体积。为了避免煩杂的計算我們作出“計算鋼錠尾部体积的算圖”。至于直部体积的計算可以采用“沸騰鋼鋼錠模設計的圖算法”中所构成的“計算鋼錠模体积的算圖”。

3) 希望設計者在使用算圖的时候, 能够掌握它的原理, 最好避免机械地使用它。

这样,不但不会感到复杂和不能发生错误,反而会感到它大有可取之处:简单、方便、迅速。

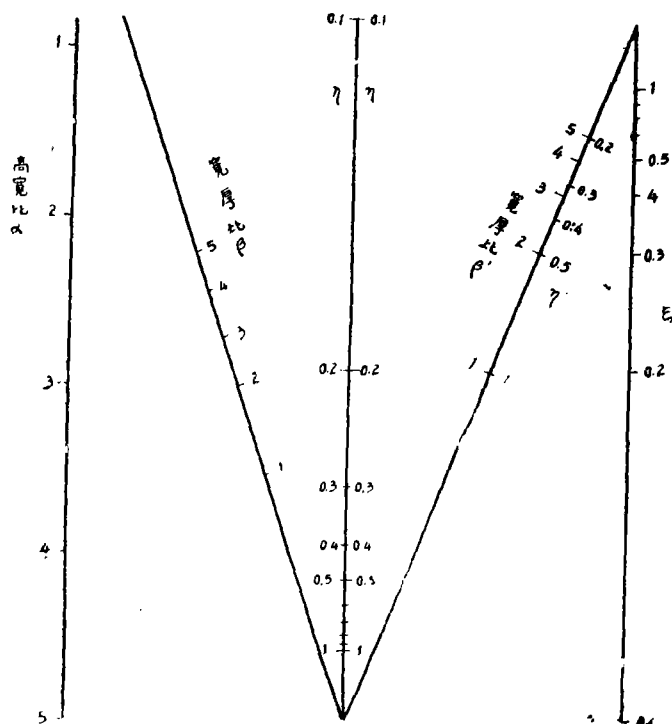
4) 公式(17)的系数 e 、 p 、 q 可以根据(10)、(11)、(18)、(19)和(20)直接计算出来(不用算图),然后,根据 p 和 q ,利用三次方程式图求出 h 。再把它加上 $\frac{1}{3}e$ 就得到最后结果 H 。

我们在附图 I 上,划出了一个对数尺和一个线性尺。这两个尺和两个加法尺配合可以完成任意有限次的加减乘除运算。因此,懂得计算尺和加法尺原理的设计者在必要时也可以采用这种直接的方法。

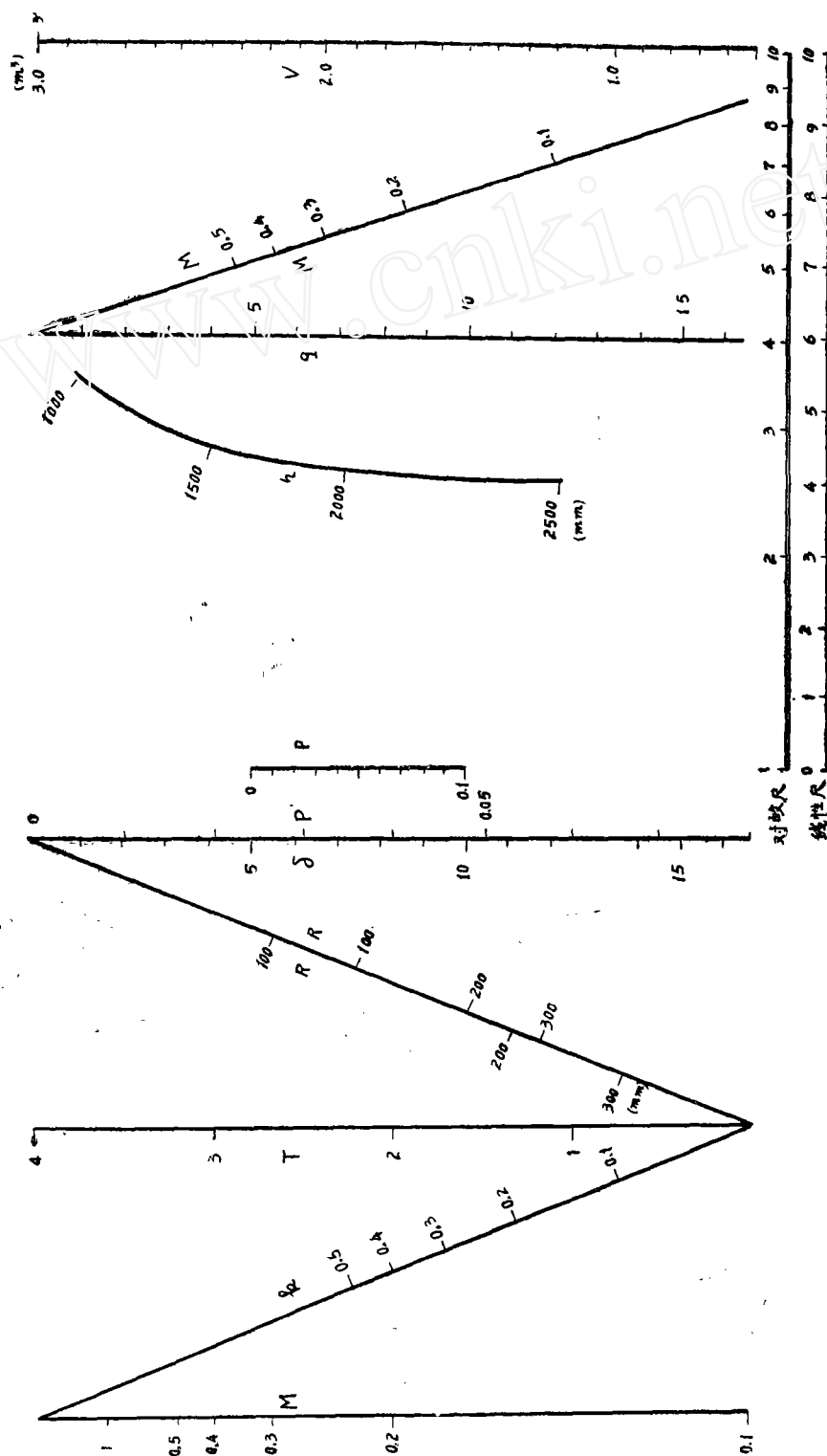
5) 如果实际应用的某些数据的变化范围超过了这里算图的刻度范围,那么设计者可以根据所述的原理自己绘制恰当的算图。

此外,还发生什么问题,可以与我们的研究组进行联系,我们尽力协助给予解决。

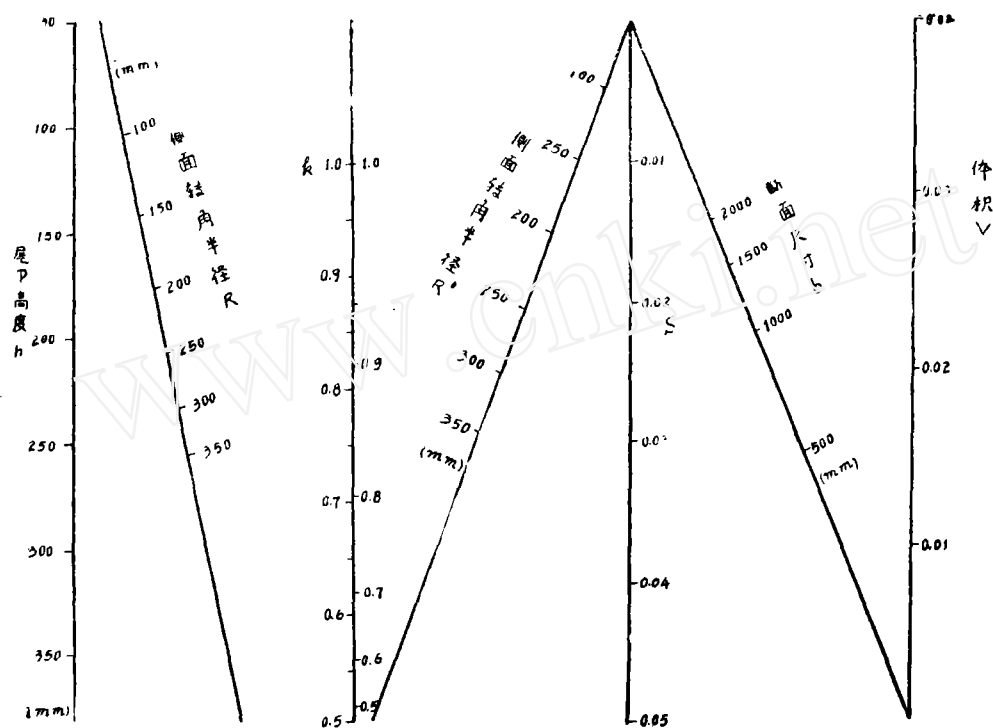
由于实际知识和经验的缺乏,不免会在我们的工作中有不当之处,希望同志们提出意见和指正,我们表示热烈地欢迎。



附图 I 计算 $\xi, \gamma, \xi\gamma$ 的算图



附图 1 計算鋼錠模高度的算圖



附图Ⅰ 计算尾部体积的算图

参 考 文 献

- [1] 东北工学院应用数学研究组:
沸腾鋼鋼錠模設計的图算方法 1963.10. 鞍山
- [2] 罗 河: 图算原理 1953 年.
- [3] Пентковский М. В.: НОМОГРАФИЯ 1949.
- [4] LEVENS A. S.: NOMOGRAPHY. 1948.
- [5] GIET A.: ABACS OR NOMOGRAMS. 1953.

Графический метод проектирования изложниц спокойной стали

Исследовательская группа прикладной математики СВНМ

(Резюме)

В статье рассмотрен графический метод проектирования изложниц спокойной стали.

В проектировании даны следующие технические условия: V — объем слитка (не включая объем прибыли), α — отношение высоты к среднему периметру, β — отношение средней ширины к средней толщине, i_1 — конусность широких граней, i_2 — узких граней, R_1 — донный радиус широких граней, R_2 — узких граней и r — радиус углов. Требуется определять высоту слитка H , размеры верхнего подприбыльного сечения a_1 , a_2 и размеры нижнего поперечного сечения b_1 , b_2 .

Мы находим уравнение

$$k^3 - pk - q = 0, \quad (*)$$

удовлетворенное высотой H ,

где

$$h = H - \delta,$$

$$\delta = \frac{1}{3} \left(\frac{i_1}{\eta} + \frac{i_2}{\xi} \right) R_1,$$

$$p = \left(\frac{4-\pi}{2} - i_1 \right) \frac{R_1^2}{\xi} + \left(\frac{4-\pi}{2} - i_2 \right) \frac{R_2^2}{\eta} + (4-\pi) \frac{r^2}{\xi\eta}, \quad q = \frac{V}{\xi\eta},$$

$$\xi = \frac{2\beta}{\alpha(1+\beta)}, \quad \eta = \frac{2}{\alpha(1+\beta)}.$$

Кроме того, мы также выводим расчетную формулу для донного объема слитка

$$V_{\text{дно}} = b_1 b_2 h - 2 \left[f \left(\frac{h}{R_1} \right) R_1^2 b_1 + f \left(\frac{h}{R_2} \right) R_2^2 b_2 \right],$$

где

$$f(k) = k - \frac{1}{2} k \sqrt{1-k^2} - \frac{1}{2} \sin^{-1} k,$$

h — донная высота слитка.

Наконец, для решения уравнения (*) и расчета донного объема $V_{\text{дно}}$ построены номограммы, с помощью которых можно удобнее и быстрее проектировать изложницы.