

## 冷轧钢卷卷取过程内部应力三维分布的研究

白振华 连家创 吴 彬 王骏飞

(燕山大学)

(上海宝钢集团公司)

**摘 要** 冷轧钢卷卷取过程中,带材的板形与板凸度以及卷取张力的横向分布决定钢卷内部的应力分布。同时,带材与卷筒之间、带材与带材之间的摩擦力对应力分布的影响不可忽略。此外,由于层间接触表面缝隙的存在,钢卷必须按各向异性体处理。基于上述因素,提出一套新的三维数学模型,以计算钢卷内部应力分布,并根据降低钢卷在罩式退火炉退火粘结率的要求,研究了钢卷的卷取张力制度。

**关键词** 板凸度 卷取张力 摩擦力 三维分布 罩退粘结率

RESEARCH OF THREE-DIMENSIONAL DISTRIBUTION  
OF INTERNAL STRESS IN STRIP COILING PROCESS

BAI Zhenhua LIAN Jiachuang

WU Bin WANG Junfei

(Yanshan University)

(Shanghai Baosteel Group Corp.)

**ABSTRACT** In cold strip coiling process, the stress distribution in coil is determined by shape, crown and the transverse distribution of coiling tension. At the same time, the influence on stress distribution of friction between strip and drum, between strip and strip can't be ignored. In addition, due to the gap between layers, the coil must be treated as anisotropic body. Based on above factors, a new three-dimensional mathematic model has been developed to calculate the internal stress distribution in coil, and study the coiling tension control to reduce coil sticking rate in the bell type annealing furnace.

**KEY WORDS** crown, coiling tension, friction, three-dimensional distribution, coil sticking rate

## 1 前言

目前为止,人们在分析带材卷取过程中的内部受力情况时,一般采用二维分析方法。这样就忽略掉被卷取带材的板形与板凸度、卷取张力的横向分布等情况,现场实践表明,这些因素对带材在卷取过程中内部应力的分布情况起着举足轻重的影响。采用三维分析方法,根据卷取机在实际工作中带材是一层一层地缠绕在卷筒上这一现象,通过逐层推导与计算,建立了一套计算冷轧钢卷卷取过程中内部应力分布的数学模型。

## 2 有关数学模型

根据对称性,将带材沿宽度方向取一半进行分析,并且将其平均分成  $n$  条,画出受力示意图(图

1),列出有关方程式。

## 2.1 卷筒位移的计算

对于按厚壁筒计算的卷筒位移,根据材料力学有关关系式得:

$$u_n = \frac{-\rho_{n1} r_2 \{ (r_2^2 + r_1^2) - \nu_1 (r_2^2 - r_1^2) \}}{E_1 (r_2^2 - r_1^2)} \quad (1)$$

式中  $E_1, \nu_1$ ——卷筒弹性模量及泊松比;

$r_1, r_2$ ——卷筒无负荷时的内外半径。

## 2.2 带材内部应力的计算

## 2.2.1 带材径向静力平衡方程

先对第  $j$  层、第  $s$  层内的一个单元体进行受力分析,并将之投影至水平面内,如图2所示。

对于层间摩擦力,可以采用位移法将其等效到

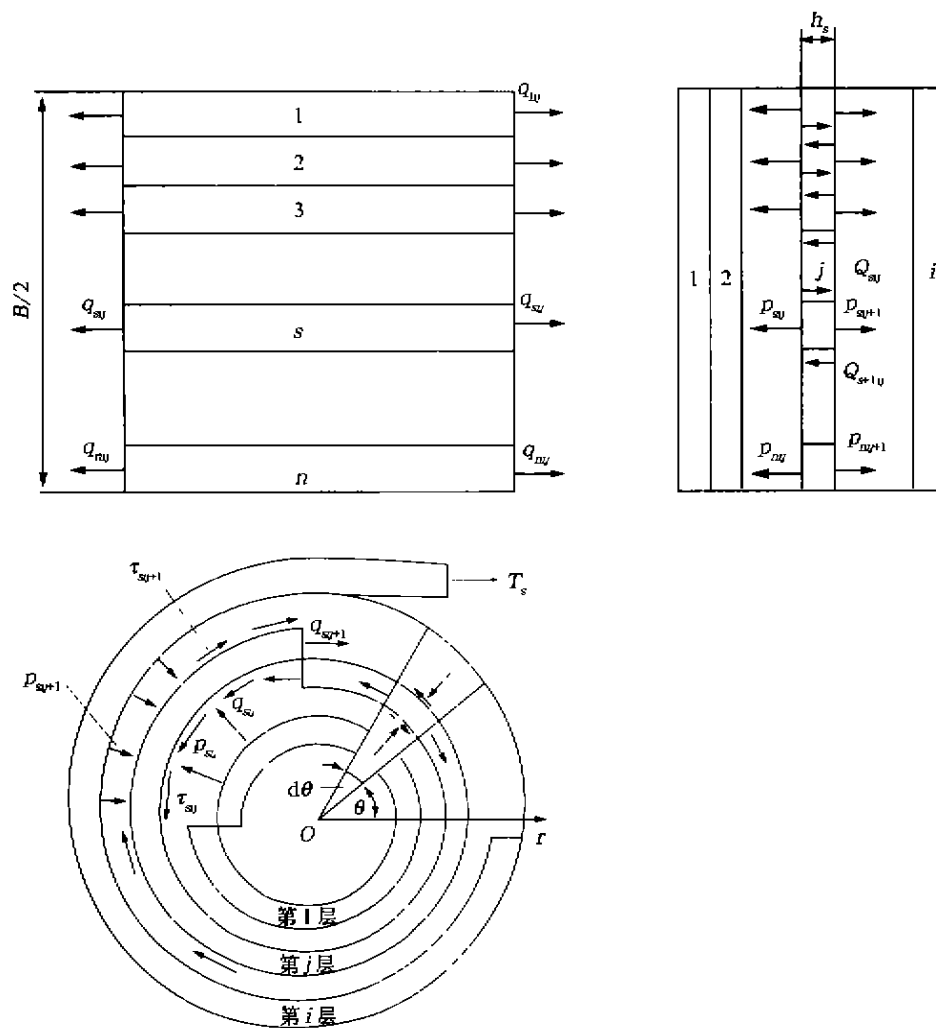


图1 钢卷内部应力分析图

Fig.1 Analyses of coil internal stress

$B$ —带材宽度; $q_{nj}$ —卷取第 $i$ 层时,带钢在第 $s$ 条,第 $j$ 层的周向应力; $p_{sj}$ —卷取第 $i$ 层时,带钢在第 $s$ 条,第 $j-1$ 与第 $j$ 层之间的接触应力; $Q_{sj}$ —卷取第 $i$ 层时,带钢在第 $j$ 层第 $s-1$ 条与第 $s$ 条间的剪应力; $\tau_{sj}$ —卷取第 $i$ 层时,带钢在第 $s$ 条,第 $j-1$ 层与第 $j$ 层之间的摩擦力; $T_s$ —带钢在第 $s$ 条的卷取张力; $h_s$ —带钢在第 $s$ 条的厚度

(图2、图3相关记号同本图)

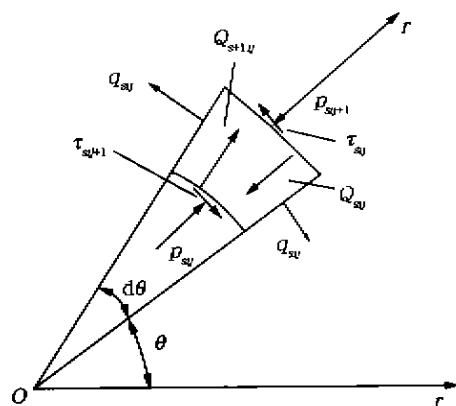


图2 单元体受力投影图

Fig.2 Force projection of unit body

周向应力中去,最终得到等效周向应力<sup>[1]</sup>:

$$q'_{sj} = q_{sj} + \pi(r_{sj}\tau_{sj} - r_{sj+1}\tau_{sj+1}) / (r_{sj+1} - r_{sj}) \quad (2)$$

同时,将作用于单元体上的应力投影于坐标 $r$ ,整理之得:

$$p_{sj}r_{sj} - p_{sj+1}r_{sj+1} = (r_{sj+1} - r_{sj})q_{sj} + \pi(r_{sj}\tau_{sj} - r_{sj+1}\tau_{sj+1}) + \frac{\pi(r_{sj+1}^2 - r_{sj}^2)(Q_{sj} - Q_{sj+1})}{2b} \quad (3)$$

式中  $b$ ——带材的条元宽度

## 2.2.2 周向等效静力连续性方程

在周向,根据等效周向力的连续性,可得:

$$q_{n,j-1} = q_{n,j} + \pi(r_{n,j}\tau_{n,j} - r_{n,j+1}\tau_{n,j+1}) / (r_{n,j+1} - r_{n,j}) \quad (4)$$

### 2.2.3 带材的物理方程

$$\text{在周向: } \epsilon_{\theta j} = q'_{n,j} + v_2 p_{s,j} / E_2 \quad (5)$$

在径向,由于层间接触表面缝隙的存在,使得钢卷在卷取时必然存在一个附加变形<sup>[2]</sup>,设其为  $\epsilon_{r,n}$ 。

令  $\epsilon_{r,n} = p_{s,j} / E_n$ , 根据广义虎克定律有:

$$\begin{aligned} \epsilon_{r,n,j} &= (p_{s,j} + v_2 q'_{n,j}) / E_2 + \epsilon_{r,n} \\ &= p_{s,j} (1/E_2 + 1/E_n) + v_2 q'_{n,j} / E_2 \end{aligned}$$

式中  $p_{s,j} = (p_{s,j} + p_{s,j+1}) / 2$

若进一步令  $1/E_r = 1/E_2 + 1/E_n$ , 则上式变为:

$$\epsilon_{r,n,j} = p_{s,j} / E_r + v_2 q'_{n,j} / E_2$$

令  $m_{n,j} = E_r / E_r$ , 则上式变为:

$$\epsilon_{r,n,j} = (m_{n,j} p_{s,j} + v_2 q'_{n,j}) / E_2 \quad (6)$$

式中,  $m_{n,j}$  称为紧密系数, 它与带钢的厚度, 表面光洁度以及所承受的压力等因素有关。

### 2.2.4 有关几何关系式

(1) 在卷筒外表面, 显然有:

$$-u_n + r_{s,1} = r_2 \quad (7)$$

(2) 对于带材

在径向有:

$$r_{n,j+1} - r_{n,j} + h_s \epsilon_{r,n,j} = h_s \quad (8)$$

在周向有:

$$\epsilon_{\theta j} = (2\pi r_{s,j} - 2\pi r_{0,s,j}) / 2\pi r_{0,s,j} \quad (9)$$

式中,  $r_{0,s,j}$  表示卷取  $i$  层前, 在第  $s$  条, 第  $i$  层钢卷的内半径。

### 2.2.5 层间轴向变形协调方程

由于带材板凸度的存在, 以及卷取张力沿轴向的分布不均, 导致在卷取过程中带钢的层间压力、摩擦力以及径向位移沿轴向 (即每条元之间) 并不相等。但是, 由于带材在轴向是一个整体, 所以可以列出一组变形协调方程。

为了方便研究, 根据对称性, 不妨将带材沿轴向取一小块进行分析, 在这一小块上, 可以采用分段离散法来计算其轴向变形 (图 3), 图 3 中:

$$F'_k = (P_{k,j+1} r_{k,j+1} + q'_{k,j} (r_{k,j+1} - r_{k,j})) b d \theta$$

$$F_k = P_{k,j} r_{k,j} b d \theta$$

设  $a_{sk}$  为第  $k$  条元载荷对第  $s$  条元钢卷位移的影响函数, 它是  $x = (s-0.5)b$  和  $x' = (k-0.5)b$  的函数:

$$a_{sk} = \begin{cases} k_1 \left[ \left( \frac{2x}{B} \right)^2 \left( 3 \left( \frac{2x'}{B} \right) - \frac{2x}{B} \right) \right] & 0 \leq x < x' \\ k_1 \left[ \left( \frac{2x'}{B} \right)^2 \left( 3 \left( \frac{2x}{B} \right) - \frac{2x'}{B} \right) \right] & x' \leq x \leq \frac{B}{2} \end{cases}$$

式中  $k_1 = B^3 / 48 E I$ ,  $I = B h^3 / 12$   $\bar{B} = \frac{r_{n,j} + r_{n,j+1}}{2} d \theta$

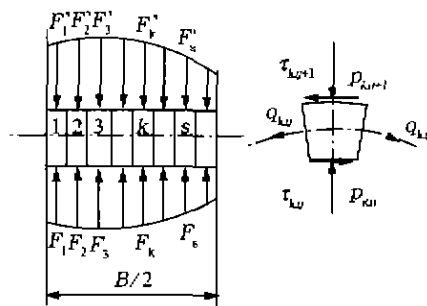


图 3 钢卷轴向离散计算图

Fig. 3 Discrete computation in axial direction

这样, 根据材料力学知识, 可以得到第  $j$  层带材在第  $s$  道的位移:

$$f_{s,j} = \sum_{k=1}^n a'_{sk} (P_{k,j+1} r_{k,j+1} b d \theta - P_{k,j} r_{k,j} b d \theta + 2 q'_{k,j} (r_{k,j+1} - r_{k,j}) b \frac{d \theta}{2}) + f_{0,j} \quad (10)$$

式中  $f_{0,j}$  代表第  $j$  层带材在中部的位移。

将静力平衡方程式代入上式并整理得:

$$f_{s,j} = \sum_{k=1}^n a_{sk} \left( - \frac{(r_{k,j+1}^2 - r_{k,j}^2)}{2b} (Q_{k,j} - Q_{k+1,j}) \right) + f_{0,j} \quad (11)$$

同时, 根据几何变形协调关系可以列出一个位移方程:

$$\begin{aligned} f_{s,j} &= 0.5 h_s \epsilon_{r,s,j-1} + 0.5 h_s \epsilon_{r,s,j} + h_1 - h_s + f_{s,j-1} \\ &= 0.5 r_{s,j-1} - 0.5 r_{s,j+1} + h_1 + f_{s,j-1} \end{aligned} \quad (12)$$

### 2.2.6 有关边界条件

(1) 在第一层, 即  $j=1$  时, 带钢头部有:  $q_{s,1} = 0$

(2) 在最外层, 即  $j=i$  时, 在带钢尾部有:  $q_{s,i+1} = T_s$ ; 同时, 在最外层径向压力与摩擦力都为 0, 即:  $p_{s,i+1} = 0, \tau_{s,i+1} = 0$ ;

(3) 在带材的中部, 即  $s=1$  时, 根据对称性有:  $Q_{1,j} = 0$ ; 同时, 在带材的边部, 即  $s=n+1$  时, 显然有:  $Q_{n+1,j} = 0$ 。

### 3 模型在实际生产中的应用情况

宝钢 2030 冷轧厂为了降低钢卷在罩式炉退火时的粘结率, 与燕山大学合作, 共同开发了一套《预测钢卷粘结倾向计算机仿真软件》。在该软件中, 利用本模型模拟出钢卷退火前内部应力的三维分布情况, 并在此基础上, 进一步计算退火过程的热应力, 制定出了一套合理的卷取张力制度和退火制度, 从而降低了粘结率, 现场使用效果很好, 1999 年粘结率下降 52.1%, 取得显著的经济效益。现以最简单的单调变化板凸度 (图 4) 和卷取张力 (图 5) 为例进

行分析,经计算得钢卷内部应力三维分布如图6所示,钢卷卸卷后的应力分布如图7所示。从图7可知,钢卷最大压力点在中部靠近内径三分之一左右带卷厚度处,这与粘结发生的位置相一致。

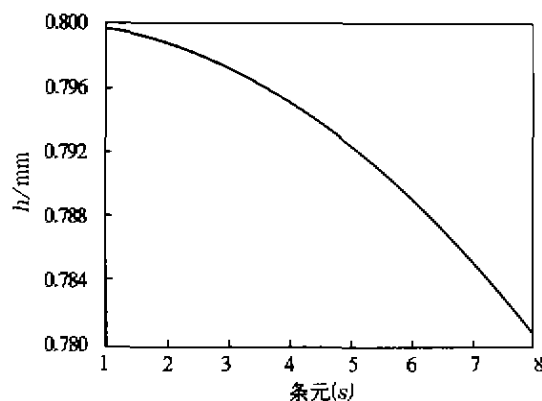


图4 带材厚度横向分布图

Fig. 4 Transverse distribution of strip thickness

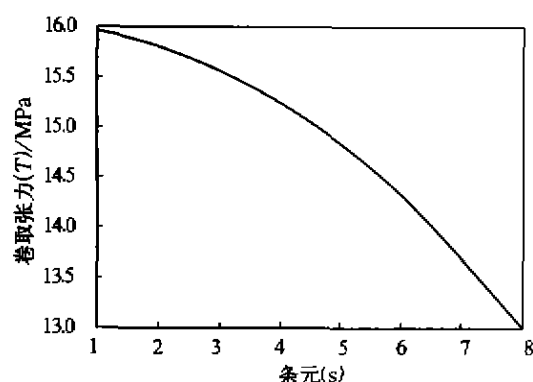


图5 卷取张力横向分布图

Fig. 5 Transverse distribution of coiling tension

#### 4 结论

通过理论分析与现场实验相结合,建立了一套

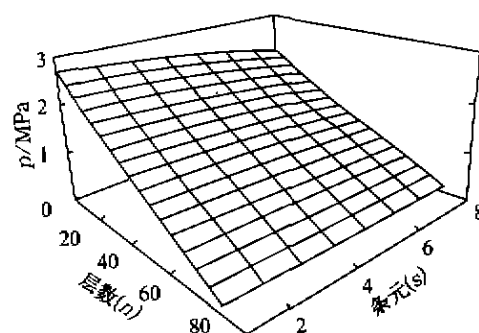


图6 钢卷卷取时内部压应力三维分布图

Fig. 6 Three-dimensional distribution of compression stress in coil at coiling

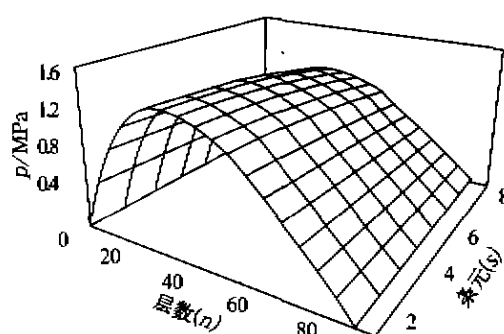


图7 钢卷卸卷后内部压应力三维分布图

Fig. 7 Three-dimensional distribution of compression stress in coil after ejecting

计算冷轧钢卷卷取过程内部应力分布的三维数学模型,在该模型中,首次定量的分析出带材的板凸度以及卷取张力的横向分布与钢卷内部应力分布的内在联系。为科学的制定卷取张力制度、研究降低罩退粘结率和进一步研究在线板形离线变化提供了理论依据,因而具有重要的实用价值。

#### 参 考 文 献

- 1 鈴木弘,荒木甚一郎,阿高松男,等.テンションリールへのコイル巻付けの力学特性.塑性と加工,1979,20:412~420.
- 2 连家创.卷取机卷筒单位压力的计算.机械工程学报,1980,16:78~91.