

研究简报

基于剪切形式的多轴疲劳寿命预测模型^X

MULTIAXIAL FATIGUE LIFE PREDICTION MODEL BASED SHEAR FORM

尚德广^{XX} 姚卫星

(南京航空航天大学飞行器系, 南京 210016) (东北大学机械工程学院, 沈阳 110006)

Shang Deguang Yao Weixing

(Department of Aircraft Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Wang Dejun Zhou Zhige

(Mechanical Engineering Institute, Northeastern University, Shenyang 110006, China)

摘要 在多轴损伤临界面的基础上, 结合多轴疲劳损伤和裂纹萌生与扩展的特点, 提出一种剪切形式的多轴疲劳损伤参量, 该参量不含有材料常数; 进而建立了一种新的多轴疲劳寿命预测模型。经多轴疲劳试验验证表明, 所建立的寿命预测模型可同时适用于多轴比例与非比例循环加载。

关键词 多轴疲劳 临界面法 剪切失效 寿命预测

中图分类号 O 34612 TH 114

Abstract On the basis of the critical plane approach for multiaxial fatigue damage, a multiaxial fatigue damage parameter based on the shear form is presented by combining the behavior of multiaxial fatigue damage and the crack initiation and propagation. The proposed multiaxial fatigue damage parameter does not contain the material constant. According to the presented multiaxial fatigue damage parameter, a new multiaxial fatigue life prediction model is established. The experimental verification showed that the given multiaxial fatigue life prediction model might be used under both proportional and nonproportional multiaxial cyclic loading.

Key words multiaxial fatigue, critical plane approach, shear failure, life prediction

1 引言

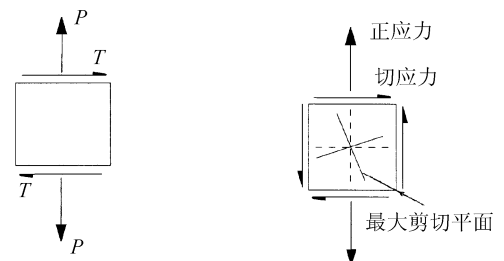
在单轴循环加载下, 已由较成熟的理论来预测其疲劳寿命, 如低周疲劳研究中用总应变幅作为疲劳损伤参量, 在高周疲劳中也可以用应力幅来作为疲劳损伤参量。如果将这些类似的方法用在多轴疲劳加载下, 所遇到的主要问题是, 材料在什么位向可能萌生疲劳裂纹。怎样才能准确的估算疲劳损伤。为了解决这两个问题, 目前最为普遍接受的方法是临界面法, 该法将最危险的损伤平面与经受最大法向应变的最大剪切平面结合起来,^[1, 2]用其面上的切应变与法向应变构造多轴疲劳损伤参量, 进而建立多轴疲劳寿命预测模型。但到目前为止, 还没有一个普遍令人接受的多轴疲劳寿命预测模型。其主要原因是损伤参量中含有物理意义不明确的材料常数, 而这些材料常数有时并不是恒定不变的,^[3]从而给寿命估算带来困难。

本文针对拉扭薄壁管疲劳试件, 根据多轴临界面原理, 提出一种较为简单的剪切形式的多轴疲劳寿命

预测模型。

2 多轴加载下应力与应变的计算

薄壁管在拉扭疲劳加载过程中试件会同时受到拉力与扭矩, 其受力形式如图 1 所示。



(a) 拉扭状态下微元受力示意图 (b) 微元体的应力应变状态

图 1 拉—扭应力状态示意图

Fig 11 Schematic diagram of the stress state for tension-torsion

试件的外径与壁厚之比值较大时, 沿着壁厚方向的应力梯度可以忽略不计, 因此在试件的横截面上只有两个非零应力。试件的 9 个应力分量可以表示为如

X 19980106 收到初稿, 19980409 收到修改稿。本文获航空科学基金(96B52019)、航空高等院校自选科研课题及国家自然科学基金的资助。

XX 尚德广, 男, 1963 年 1 月生, 汉族。飞行器系博士后, 研究方向为结构疲劳强度。

下形式

$$\sigma_{ij} = \begin{pmatrix} \sigma_x & \sigma_{xz} & 0 \\ \sigma_{xz} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (1)$$

任一点的应变张量可以写成如下形式

$$\epsilon = \begin{pmatrix} \epsilon_p & C_p \phi/2 & 0 \\ C_p \phi/2 & -\epsilon_p & 0 \\ 0 & 0 & -\epsilon_p \end{pmatrix} \quad (2)$$

ϵ_p 和 C_p 分别是加在试件上的轴向应变和切应变。

如果加载波形是正弦波, 那么

$$\epsilon_p = \epsilon \sin(Xt) \quad (3)$$

$$C_p = C \sin(Xt - U) \quad (4)$$

ϵ 和 C 分别是加在试件上的轴向应变幅和切应变幅, U 为相位差。

与试件轴线成任一角 ω 的平面上的正应变和切应变分别为

$$\begin{aligned} \epsilon = & \epsilon \sin(Xt) (\cos^2 \omega - \sin^2 \omega + \\ & 0.15 K \epsilon \sin(Xt - U) \sin 2\omega = \\ & 0.15 \{ [2(1 + M \cos^2 \omega - 2M \sin 2\omega \cos U)]^2 + \\ & [K \sin 2\omega \sin U]^2 \}^{0.15} \sin(Xt - N) \end{aligned} \quad (5)$$

这里 $K = C/\epsilon$

$$\tan N = K \sin 2\omega \sin U / [(1 + M \cos 2\omega + (1 - M + K \sin 2\omega \cos U)]$$

并且

$$\begin{aligned} C = & K \epsilon \sin(Xt - U) \cos 2\omega - (1 + M \epsilon \sin Xt \sin 2\omega = \\ & \epsilon \{ [K \cos 2\omega \cos U - (1 + M \sin 2\omega)^2 + \\ & [K \cos 2\omega \sin U]^2 \}^{0.15} \sin(Xt + V) \end{aligned} \quad (6)$$

其中 $\tan V = -K \cos 2\omega \sin U / [K \cos 2\omega \cos U - (1 + M \sin 2\omega)]$

显然, ϵ 和 C 都随加载波形做正弦变化, 两者之间的相位差为 $(V + N)$ 。当 ω 取为一定值时, 可以得到最大切应变与最小切应变所在平面。此时 ω 可由下式确定

$$\tan 4\omega_s = 2K(1 + M \cos U) / (1 + M^2 - K^2)^{-1} \quad (7)$$

通过上式可以找到最大切应变幅(将 ω 取为 ω_s 所要求的值)

$$\begin{aligned} \sigma_c = & 2\epsilon \{ [K \cos U \cos 2\omega - (1 + M \sin 2\omega)^2 + \\ & [K \cos 2\omega \sin U]^2 \}^{0.15} = \sqrt{2} \epsilon \{ K^2 + (1 + M^2 + \\ & [K^2 - (1 + M^2) \cos 4\omega - 2K(1 + M \cos U \sin 4\omega)^{0.15} = \\ & \sqrt{2} \epsilon \{ K^2 + (1 + M^2 + \\ & [((1 + M^2 - K^2)^2 + (2K(1 + M \cos U)^2)^{0.15} \}^{0.15} \end{aligned} \quad (8)$$

在最大切应变平面上的正应变幅值是

$$\begin{aligned} \epsilon = & \frac{1}{2} \epsilon \{ [2(1 + M \cos^2 \omega - 2M \sin 2\omega \cos U) + \\ & [K \sin 2\omega \sin U]^2 + [K \sin 2\omega \cos U]^2 \}^{0.15} \end{aligned} \quad (9)$$

在确定 ω_s 值的时候, 式(7)将给出四个值, 其中两

个用于确定 σ_c 的最小值。一般说来, 相应于 ω_s 的两个值, 在两个最大切应变平面上会有两个不同的 ϵ 值, 取具有较大 ϵ 的最大切平面为临界面。

3 基于临界面法的多轴疲劳寿命估算模型的评述及讨论

临界平面法自 Brown 和 Miller 在 70 年代提出后而发展起来的一种方法^[4, 5, 6]。该法认为, 最大剪切平面的位向就试样表面可分为两个寿命区。通常定义最大切应变幅与最大切应变幅平面相垂直的法向应变幅之间的关系为

$$\sigma_{\max} \phi/2 + f(\sigma \phi/2) = f(N_i) \quad (10)$$

其中 f 为其自变量的一个非线性函数, $f(N_i)$ 一般取为 Manson-Coffin 方程中的右端项。上式的具体表达式如下

$$\begin{aligned} \sigma_{\max} \phi/2 + k \epsilon = & 1165 (R \phi/2) (2N_f)^b + \\ & 1175 \epsilon (2N_f)^c \quad (\text{拉伸模型}) \end{aligned} \quad (11)$$

$$(\sigma_{\max} \phi/2) [1 + k R_{\max}^{\max} \phi/2] =$$

$$G (2N_f)^c + (S \phi/2) (2N_f)^b \quad (\text{剪切模型}) \quad (12)$$

R_{\max} 、 σ_{\max} 、 R 、 k 分别为临界平面上的最大正应力、临界面上的最大切应变范围、材料的屈服强度和材料常数。

计算结果表明^[7], 应用上述两式的临界面法进行寿命估算时, 预测寿命都大于实际寿命, 误差因子为 2.5~3。临界面法估算寿命时之所以会有这么大的误差, 其原因应在于它所采用的损伤参数不适当。这种方法虽然也把最大切应变作为一个损伤参数, 但另一个参数 R 应是造成这种误差的原因。 R 影响寿命估算的精度主要是由于两方面原因造成的, 一是该相应力根本就不适于用来作为疲劳损伤参数; 二是它在寿命模型中出现的形式不适当。

在这种模型中引入应力项, 其目的在于希望通过引入应力项来考虑非比例加载下附加循环硬化的影响。计算结果表明, 这种作法并没有取得预期的效果, 且引入应力项的临界面法也需要多轴加载下的材料的本构关系作为计算的先决条件。

由于模型中含有材料常数, 因此严格说来, 这些公式实质上只是一个半经验公式。虽然公式中引入了应力项, 但对于该项应力并没有很好的物理解释。在多轴疲劳试验中可以发现^[8], 试件由初始加载至断裂失效过程中 R 不断变化, 且波动较大。从这一点来看 R 也不宜用来做为疲劳损伤参数。

4 多轴疲劳寿命估算模型

试验研究表明^[8], 多轴循环加载条件下, 初期的疲劳裂纹基本上沿着最大切应变平面的方向形成, 随后

近似地沿该平面上法向应变方向扩展。这表明在多轴加载下应采用最大切应变和垂直于最大切应变幅方向的正应变两个参数来计算材料的疲劳损伤程度。图 2 和图 3 分别为中碳钢在相同等效应变时 $\Delta\gamma_{\max}/2$ 与寿命之间的关系。可以看出, $\Delta\gamma_{\max}/2$ 的变化对寿命影响不十分明显, 而临界平面上的法向应变 ε 的减小会导致寿命明显增加, 因此临界面上的法向应变是导致疲劳损伤的主要因素。

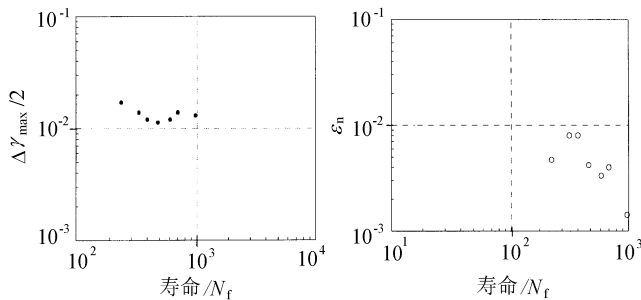


图 2 等效应变幅均为 0.18% 时的 $\Delta\gamma_{\max}/2$ 与寿命的关系曲线

Fig12 Relation between $\Delta\gamma_{\max}/2$ and life for equivalent strain amplitude 0.18%

图 3 等效应变幅均为 0.8% 时的 ε 与寿命的关系曲线

Fig13 Relation between of ε and life for equivalent strain amplitude 0.8%

从微观角度来看, 由于疲劳裂纹生长是沿着裂纹尖端剪切带的聚合过程。裂纹面上的法向应变使这种聚合加速。文献[9]经试验观测指出, 影响疲劳裂纹扩展的重要参量是两个最大切应变折返点之间的法向应变幅度的大小。文献[10]经研究指出, 在比例加载下, 多轴临界面上的最大切应变 γ_{\max} 的两个折返点之间的法向应变幅度 ε 是非常小的, 且等于其最大变化范围。非比例加载下, ε 随着相角的增大而逐渐增大。在疲劳寿命最短的 90° 相角的非比例加载下, ε 已达到该等效应变情况下的最大值, 且等于 ε 的幅值。这说明 γ_{\max} 与 ε 是控制多轴疲劳损伤的两个重要参数。如果利用 von Mises 准则将临界面上 γ_{\max} 、 ε 两参数合成一个等效切应变, 并用其作为临界面上的损伤控制参量, 那么就可以得到一种基于剪切形式的多轴疲劳损伤参量, 即

$$\Delta\gamma_{\max}^{\text{eq}} = [3\varepsilon^2 + (\Delta\gamma_{\max})^2]^{1/2} \quad (13)$$

ε 可由下式来计算 $\varepsilon = 1/2 \Delta\gamma [1 + \cos(N_f - V)]$ 其中 $\Delta\gamma_{\max}$ 为临界面上的最大切应变范围, ε 为临界面上的法向应变范围, ε 为两个最大切应变之间的法向应变幅度。

比例加载下 $\Delta\gamma_{\max}^{\text{eq}} = \Delta\gamma_{\max}$
即退化为等效切应变的形式。

纯扭循环加载下 $\Delta\gamma_{\max}^{\text{eq}} = \Delta\gamma_{\max}$
即退化为纯剪状态下的切应变幅。

将式(13)与剪切形式的 Manson-Coffin 方程相联

系即可得出基于剪切形式的多轴疲劳寿命公式

$$(\Delta\gamma_{\max}^{\text{eq}})^b = (S_f \Delta\gamma) (2N_f)^b + G_f (2N_f)^c \quad (14)$$

其中 S_f 、 G_f 、 b 、 c 为纯扭循环加载下的疲劳材料常数, N_f 为疲劳寿命。

在比例加载下, 该式可退化成等效切应变法的形式。在纯扭加载条件下, 该式可化为纯扭形式的 Manson-Coffin 方程。由此可见, 式(13)可做为一个统一的剪切疲劳损伤准则来描述多轴疲劳, 它既可应用在非比例加载下, 也可用在比例或纯扭循环加载下。损伤参量本身不含有材料常数, 便于工程应用。

5 试验验证

选用两种材料来验证本文提出的多轴疲劳损伤参量的正确性, 这两种材料分别为 1045HR 钢, Inconel 718 钢。其各自的试验数据分别选自文献[11, 1]。试样均为薄壁管试件, 在室温空气介质条件下进行试验。所有试验为拉扭比例与非比例复合加载, 两种材料的单轴疲劳材料常数见表 1。

表 1 单轴疲劳材料常数

Tab11 The material constants of uniaxial fatigue

材料	扭转疲劳强度系数				弹性模量 G/MPa
	S_f /MPa	G_f	b	c	
1045HR	505	0.413	-0.097	-0.445	79100
Inconel 718	2146	18.0	-0.148	-0.922	77800

5.1 1045 HR 钢

试验数据取自文献[11], 加载路径为比例和 90° 非比例路径。加载波形为正弦波, 预测值与试验结果的比较见图 4, 其误差分散带基本在 2 个因子之内。

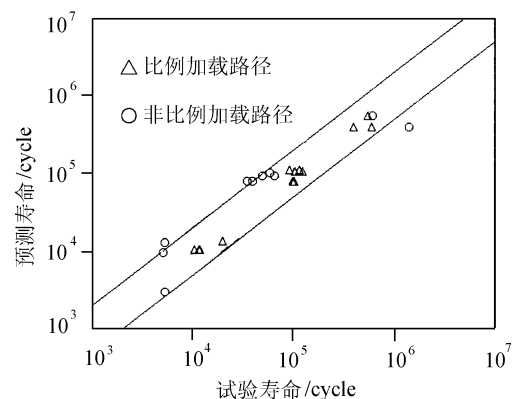


图 4 1045HR 钢多轴疲劳寿命与预测值的比较

Fig14 Comparison between experimental and prediction of multiaxial fatigue life for 1045 steel

5.2 Inconel 718 钢

试验数据取自文献[1], 取六种典型的加载路径如图 5 所示。在施加的应变水平较低时, 存在平均应变的路径, 其应力响应也会出现不能忽略的平均切应力。为了考虑多轴平均应力的影响, 可将式(14)进行修正

$$\sigma_{eq}^2 = [(\bar{\sigma} - \bar{\sigma}_0)G](2N_f)^b + G(2N_f)^c \quad (15)$$

其中 $\bar{\sigma}$ 为临界面上的切应力平均值。

预测值(由式(14)得出)与试验值比较见图6,其误差分散带在2个因子以内。

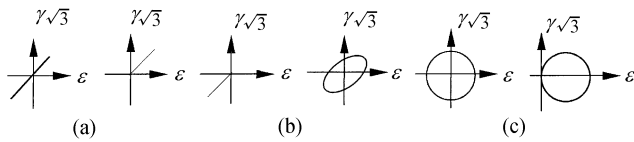


图5 Inconel 718 钢拉扭应变加载路径

Fig15 Loading path of tension-torsion strain for Inconel 718

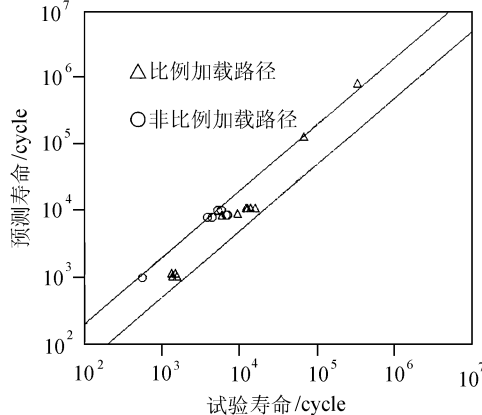


图6 Inconel718 钢寿命试验值与预测值的比较

Fig16 Comparison between experimental and prediction of multiaxial fatigue life for Inconel 718

经以上两种材料的疲劳试验验证可以看出,本文所提出的多轴疲劳参量是合适的,而且可以用于中长寿预测,可见式(14)应用范围是比较大的。

6 结论

1) 本文以临界面上的最大切应变和两个最大切应变折返点间的法向应变作为疲劳损伤参量,建立了剪

切形式的多轴疲劳寿命估算模型。该模型不仅适用于比例加载,而且也适用于非比例加载。

2) 所提出的损伤参量中不含有材料常数,便于工程应用。经由三种材料的多轴比例与非比例加载试验验证,结果是令人满意的。

参 考 文 献

- 1 Socie D F, Waill L A, Dittmer D F. Biaxial fatigue of Inconel 718 including mean stress effects. ASTM STP853, Multiaxial Fatigue, 1985: 463~ 4811
- 2 Socie D F. Multiaxial fatigue damage models. Trans ASME, J. Engng Mater. Tech., 1987, 109: 293~ 2981
- 3 Fatemi A, Kurath P. Multiaxial fatigue life predictions under the influence of mean stress. Trans ASME, J. Engng Mater. Tech., 1988, 110: 380~ 388
- 4 Brown M W, Miller K J. A theory for fatigue failure under multi-axial stress and strain conditions. Proc. Inst. Mechanical Engineers, 1973, 187: 745~ 755
- 5 Brown M W, Miller K J. Biaxial cycle deformation behaviour of steels. Fatigue Engng Mater. Struct., 1979, 93~ 106
- 6 Brown M W, Miller K J. Two decades of progress in the assessment of multiaxial low cycle fatigue life. In: Low Cycle Fatigue and Life Prediction, ASTM STP 770 (Edited by Amzallag C, Leis B Rabbe P), 1982: 482~ 499
- 7 周志革. 多轴疲劳损伤特性及寿命预测模型的研究(硕士学位论文). 沈阳: 东北大学, 19971
- 8 尚德广. 多轴疲劳损伤与寿命预测模型研究(博士学位论文). 沈阳: 东北大学, 19961
- 9 Jordan E H, Brown W M, Miller K J. Fatigue under severe non-proportional loading. Multiaxial Fatigue, ASTM STP853, 1985: 569~ 585
- 10 Shang D G, Wang D J. A new multiaxial fatigue damage model based on the critical plane approach. Int. J. Fatigue, 1998, 20(3): 241~ 245
- 11 Fatemi A, Socie D F. A critical plane approach to multiaxial fatigue damage including out-of-phase loading. Fatigue Engng Mater. Struct., 1988, 11(3): 149~ 165

参 考 文 献

- 1 王昭甫. 膜片式挠性联轴节. 国外舰船技术(透平锅炉类), 1980(2): 21~ 54
- 2 克里斯 A B. 挠性元件联轴节的设计原理. 国外舰船技术(透平锅炉类), 1983(6): 38~ 53
- 3 毕成武. 膜片式叠层联轴器的强度和振动分析. 国外舰船技术(透平锅炉类), 1981(6): 9~ 14
- 4 毕成武. 叠片联轴节的试验研究. 热能动力工程, 1987(1): 37~ 45
- 5 洪成文, 王昭甫. 叠片联轴器在传递装置中的应用. 热能动力工程, 1986(3): 34~ 40
- 6 Gen Sheimer J. How to design flexible coupling. Machine Design, Sept. 1961.
- 7 Xut, M, Mazangoni R D. Vibration analysis of a motor-flexible coupling-rotor system subject to misalignment and unbalance, part 1, theoretical model and analysis. Journal of Sound and Vibration, 1994, 176(5): 668

(上接第114页)片上3点应力有较大影响,而对其他各点应力值影响较小。

5 结束语

本文举例计算了叠片联轴器在不对中角度、转矩为定值时膜片上的应力,并分析比较了它们的变化对膜片上应力大小的影响及其影响程度。计算结果表明,扭矩增加时各点上的应力值皆随之增加,而且增加的百分数几乎相同,这表明转矩变化对膜片上应力有较大影响;当不对中角度增加时膜片上个别点(如3点)上的应力也随之相应增大,其余各点上的应力值变化很小,这表明不对中角度变化对膜片上应力影响较小。本文计算结果对叠片联轴器膜片组的设计具有参考价值。